

# ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG  
DER  
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT  
VON  
**H. GEIGER**

**108. BAND. 3. UND 4. HEFT**

MIT 54 TEXTFIGUREN

(ABGESCHLOSSEN AM 26. JANUAR 1938)



VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN

1938

Die

# Zeitschrift für Physik

erscheint zwanglos in einzelnen Heften; 12 Hefte bilden einen Band.

Die Zeitschrift für Physik ist durch jede Buchhandlung zu beziehen. Die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft erhalten die Zeitschrift für Physik zu einem mit dem Vorstände der Gesellschaft vereinbarten Vorzugspreis geliefert.

Es wird ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht, daß mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung durch den Verlag das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder an den Verlag übergeht, und zwar bis zum 31. Dezember desjenigen Kalenderjahres, das auf das Jahr des Erscheinens folgt. Hieraus ergibt sich, daß grundsätzlich nur Arbeiten angenommen werden können, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind. Auch verpflichtet sich der Autor, die Arbeit nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen.

Manuskriptsendungen sind an die **Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24**, zu richten.

Die Autoren erhalten eine Fahrenkorrektur. Eine 2. (Umbruch-) Korrektur wird nur auf ausdrücklichen Wunsch übersandt, weil dadurch in der Regel das Erscheinen der Arbeit erheblich verzögert wird.

Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche **Textänderungen**, werden, soweit sie 10% der Satz-kosten übersteigen, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Die Mitarbeiter erhalten von ihren Arbeiten 75 Sonderdrucke unentgeltlich. Weitere 125 Exemplare werden, falls bei Rücksendung der 1. Korrektur bestellt, gegen eine angemessene Entschädigung geliefert. Darüber hinaus gewünschte Exemplare müssen zum Bogennettopreise berechnet werden. Mit der Lieferung von Dissertationsexemplaren befaßt sich die Verlagsbuchhandlung grundsätzlich nicht; sie stellt jedoch den Doktoranden den Satz zur Anfertigung der Dissertationsexemplare durch die Druckerei zur Verfügung.

**Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24.**

## Aufnahmebedingungen.

Nur solche Arbeiten können in die Zeitschrift für Physik aufgenommen werden, die den folgenden

### Richtlinien

genügen:

1. Die Arbeit muß dem Gebiete der experimentellen oder theoretischen Physik angehören. Auch Arbeiten aus Nachbargebieten können aufgenommen werden. Ausgeschlossen sind jedoch Arbeiten mit rein mathematischem, astronomischem, mineralogischem oder chemischem Inhalt.

2. Die Einleitung der Arbeit soll den Leser in knappen Sätzen in die Vorgeschichte des Problems einführen. Je stärker ein Problem im Vordergrund des Interesses steht, desto kürzer kann die Einleitung gehalten werden.

3. Das Ziel der Arbeit muß schon in der Einleitung klar ausgesprochen werden. Es soll dabei auch ersichtlich sein, inwieweit die Erreichung des gesteckten Zieles einen im Rahmen der heutigen Physik wertvollen wissenschaftlichen Fortschritt bedeutet.

4. Die Beschreibung von Versuchsapparaten soll sich keinesfalls in technische Einzelheiten verlieren. Nur apparative Neuheiten von grundsätzlicher Bedeutung sind von Interesse. Die bildliche Wiedergabe von Apparaten soll durch schematische Zeichnung, nicht durch Photographie erfolgen.

5. Es ist fast immer ausreichend, von den Meßreihen ein typisches Beispiel herauszugreifen. An diesem Beispiel soll aber ersichtlich bzw. kontrollierbar sein, wie die Auswertung erfolgt ist, wie die Rechnungen durchgeführt wurden, welche Korrekturen angebracht sind usw.

6. Die Meßergebnisse sind *entweder* in Tabellen *oder* in Kurven wiederzugeben. Nur in Ausnahmefällen kann es gerechtfertigt sein, dasselbe Zahlenmaterial sowohl in Tabellen wie in Kurvenform zu veröffentlichen.

7. Die Lesbarkeit einer Arbeit gewinnt sehr, wenn die Figuren und Tabellen durch gut durchdachte Beschriftung an sich schon verständlich sind. Jedenfalls sollen alle Figuren und Tabellen mit Unterschriften bzw. Überschriften versehen sein.

8. In theoretischen Arbeiten sollen die mathematischen Ausführungen gerade so ausführlich veröffentlicht werden, daß der Leser die vom Verfasser überwundenen Schwierigkeiten nicht nochmals von neuem überwinden muß. Elementare Rechnungen dürfen nur ganz kurz angedeutet werden. In Zweifelsfällen empfiehlt es sich, Zwischenrechnungen als Anhang in kleinem Druck zu bringen.

9. Die Diskussion der Ergebnisse und die sonstigen allgemeinen Erörterungen sollen in ihrer Ausführlichkeit dem Umfang der in der Arbeit gewonnenen neuen Erkenntnisse entsprechen. Eine kurze Meßreihe berechtigt noch nicht dazu, einen großen Fragenkomplex lehrbuchartig aufzurollen.

10. Jede Arbeit muß in sich abgeschlossen sein. Arbeiten, welche allein auf einen Versuchsvorschlag oder nur auf eine Verbesserung von Meßverfahren oder Meßinstrumenten abzielen, können in der Regel nicht aufgenommen werden.

11. Dissertationen oder Habilitationsschriften können nicht in voller Breite aufgenommen werden. Nur solche Auszüge werden veröffentlicht, die den vorliegenden Richtlinien entsprechen. Die Auszüge sind in einer Fußnote als gekürzte Dissertation usw. zu kennzeichnen.

12. Am Kopf jeder Arbeit soll eine Inhaltsangabe in Kleindruck stehen. In diese Inhaltsangabe sollen vor allem die Punkte aufgenommen werden, welche der Verfasser als seine neuen Ergebnisse und damit als den durch seine Arbeit erzielten wissenschaftlichen Fortschritt ansieht.

**Der Herausgeber: H. Geiger.**

## Über das Anwachsen der Ummagnetisierungskeime bei großen Barkhausen-Sprüngen.

Von W. Döring.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 16. November 1937.)

Durch Berücksichtigung der Oberflächenenergie der Wand zwischen entgegengesetzt magnetisierten Bezirken werden die theoretischen Schwierigkeiten beseitigt, die bisher dem Verständnis der Versuche von Sixtus über das Anwachsen der Ummagnetisierungskeime bei den großen Barkhausen-Sprüngen entgegenstanden. Durch Auswertung der Messungen von Sixtus wird erstmalig eine experimentelle Angabe über die Größe der Wandenergie gewonnen, die in guter Übereinstimmung mit dem von Bloch theoretisch gefundenen Wert ist.

In den Magnetisierungskurven dünner Drähte aus ferromagnetischen Materialien mit positiver Magnetostraktion treten, wie Preisach<sup>1)</sup> fand, unter Zug sehr große Barkhausen-Sprünge auf. Im Grenzfall sehr starken Zuges geht die gesamte Ummagnetisierung in einem einzigen Sprung vor sich, so daß die Hystereseschleife genau ein Rechteck wird. Sixtus und Tonks<sup>2)</sup> gelang es, an solchen Drähten erstmalig nachzuweisen, daß der Ummagnetisierungsvorgang dabei in einer Wandverschiebung besteht. Es treten kurzzeitig in dem Material zwei räumlich getrennte Gebiete auf, die beide bis zur Sättigung magnetisiert sind, nur in entgegengesetzter Richtung. Beim Ablaufen des Sprunges wächst das eine Gebiet auf Kosten des anderen, indem sich die Wand zwischen ihnen verschiebt. Die Geschwindigkeit der Ausbreitung ist feldabhängig und gehorcht angenähert dem Gesetz

$$v = A \cdot (H - H_0).$$

Die Konstante  $A$  hat etwa den Wert 2 bis  $3 \cdot 10^4$  cm/sec Oersted. Die Grenzfeldstärke  $H_0$  ist diejenige Feldstärke, die überschritten werden muß, damit eine vorhandene Wand durch das Material hindurch fortschreiten kann. Der Bewegung der Wand stehen offenbar kleine Bewegungshindernisse entgegen.  $H_0$  ist ein Maß für die „Reibung“, die die Wand erfährt. Auch oberhalb  $H_0$  ist der Zustand negativer Magnetisierung, d. h. in Gegenfeldrichtung stabil, solange keine genügend großen Gebiete mit positiver Magnetisierung vorhanden sind, die die zum Durchlaufen geeigneten Wände

<sup>1)</sup> F. Preisach, Ann. d. Phys. **5**, 3, 737, 1929. — <sup>2)</sup> K. J. Sixtus u. L. Tonks, Phys. Rev. **37**, 930, 1931; **39**, 357, 1932; **42**, 419, 1932; **43**, 70, 1933; **43**, 931, 1933.

liefern. Wir wollen solche Gebiete positiver Magnetisierung innerhalb der negativ magnetisierten Umgebung Ummagnetisierungskeime nennen. Wegen der in ihrer Wand enthaltenen Oberflächenenergie stehen ihrer Entstehung energetische Schwierigkeiten entgegen, die ganz den Keimbildungsschwierigkeiten bei der Entstehung neuer Phasen entsprechen. Damit sie sich spontan durch irgendeine Schwankungserscheinung bilden, ist die Überschreitung der „Startfeldstärke“  $H_s$  nötig.

Sixtus<sup>1)</sup> hat über das Entstehen und das Anwachsen solcher Ummagnetisierungskeime einige interessante Versuche angestellt, deren Ergebnisse im folgenden kurz wiedergegeben werden sollen. Die von ihm gegebene Deutung wird aber den Erscheinungen nicht völlig gerecht. Deshalb soll hier das Verhalten dieser Ummagnetisierungskeime noch einmal theoretisch eingehend untersucht werden. Aus diesen Überlegungen ergibt sich schließlich auf Grund der Messungen von Sixtus eine Bestimmung der Oberflächenenergie der Wand zwischen den entgegengesetzt magnetisierten Bezirken. Von Bloch<sup>2)</sup> ist für diese Größe eine theoretische Abschätzung gegeben worden, die sich nunmehr erstmalig an experimentellen Ergebnissen prüfen läßt.

### *I. Die Versuche von Sixtus.*

Es sind hauptsächlich zwei Versuche von Sixtus, die uns hier beschäftigen sollen.

*Versuch 1.* Der Probedraht aus einer Eisen-Nickellegierung mit 15% Ni, 85% Fe befindet sich in einem Hauptfeld  $H$ , das etwas größer als  $H_0$  ist. An einer Stelle ist eine Zusatzspule von ungefähr 1 cm Länge angebracht. Innerhalb der Zusatzspule herrscht das Feld  $H'$ , das größer als  $H$  ist. Ist  $H'$  größer als die Startfeldstärke  $H_s$ , so beginnt der Draht sich umzumagnetisieren, sofern die Magnetisierung vorher in der negativen Sättigung stand. Überschreitet aber  $H'$  den zum Start nötigen Feldwert  $H_s$  nur für sehr kurze Zeit, so entsteht zwar in dem Draht ein Gebiet positiver Magnetisierung, aber zum Auslösen der Umklappwelle reicht dieses noch nicht hin. Durch Ausmessen des Feldes dieser steckengebliebenen Ummagnetisierungskeime konnte Sixtus ihre Abmessungen bestimmen. Dabei stellte sich die überraschende Tatsache heraus, daß sie sehr viel länger als die Zusatzspule waren. Die Enden des Keimes befinden sich gar nicht mehr im Felde  $H'$ . Während also ohne das Zusatzfeld das

<sup>1)</sup> K. J. Sixtus, Phys. Rev. **48**, 425, 1935. — <sup>2)</sup> F. Bloch, ZS. f. Phys. **74**, 295, 1931.



Vorrücken der Spitze des positiv magnetisierten Keimes in das negativ magnetisierte Gebiet hinein gehemmt ist, wird diese Hemmung plötzlich aufgehoben, wenn in einer Entfernung von mehreren Zentimetern ein genügend großes Zusatzfeld eingeschaltet wird, obwohl direkt an der Spitze von diesem Felde sicherlich nichts mehr zu merken ist.

*Versuch 2.* An solchen „eingefrorenen“ Ummagnetisierungskeimen, deren Herstellung in Versuch 1 beschrieben wurde, untersucht nun Sixtus weiter, wie hoch das Hauptfeld  $H$  sein muß, damit von diesem Keim aus die Ummagnetisierung starten kann. Das Zusatzfeld bleibt bei diesen Versuchen ausgeschaltet. Es wird  $H$  erhöht, bis die Umklappwelle startet. Dies neue Startfeld  $H'_s$  ist naturgemäß kleiner als  $H_s$ . Für die Größe von  $H'_s$  versucht Sixtus eine Deutung. Nimmt man an, daß der Keim die Form eines Ellipsoids hat, so kann man leicht die Größe des entmagnetisierenden Feldes berechnen, das von den „freien Polen“ an der Oberfläche des Keimes herrührt. Bei ellipsoidischer Form ist dies Feld im Innern des Keimes homogen. Auf Grund der Ausmessung von vier Keimen stellte nun Sixtus eine angenäherte Bestätigung des von ihm vermuteten Gesetzes fest, daß der Keim dann zu wachsen beginnt, wenn die Differenz aus dem äußeren Feld  $H$  und der Grenzfeldstärke  $H_0$  gleich dem entmagnetisierenden Feld  $H_d$  ist. Dies Ergebnis wäre verständlich, wenn die Ausbreitung an einem Punkt der Oberfläche in der Mitte des Ellipsoids einsetzen würde. Dort ist sowohl innerhalb wie außerhalb des Keimes die wirkende Feldstärke  $H - H_d$ . Es paßt zu unseren Vorstellungen über die Umklappwelle, daß die Wand an dieser Stelle zu wandern beginnt, wenn  $H - H_d = H_0$  ist. Völlig unverständlich bleibt aber, warum nicht schon bei kleineren Feldern das Wachstum an der Spitze beginnt. Denn dort ist außerhalb des Keimes das entmagnetisierende Feld ja viel schwächer und ganz am Ende sogar dem äußeren Felde gleichgerichtet, so daß es das Vorrücken der Wand nicht hemmt, sondern unterstützt. Die in dieser Arbeit entwickelte Theorie sagt in der Tat, daß bei den von Sixtus ausgemessenen Keimen bereits unterhalb der Feldstärke  $H'_s$  ein gewisses Längenwachstum einsetzt, jedoch ohne daß der Keim die Umklappwelle startet.

Die Erklärung für diese Deutungsschwierigkeiten liegt darin, daß bisher die Oberflächenenergie des Keimes stets vernachlässigt wurde. Offenbar ist aber an der Spitze eine starke Oberflächenvergrößerung mit dem Wachsen des Keimes verbunden, so daß dort der Energieinhalt der Wand entscheidend die Erscheinungen beeinflußt. Bei Berücksichtigung der Oberflächenenergie und der Entmagnetisierung lassen sich alle Vorgänge zwanglos deuten.

## II. Die Theorie des Wachstums von Ummagnetisierungskeimen.

Wir wollen in diesem Abschnitt die energetischen Bedingungen untersuchen, die erfüllt sein müssen, damit die Wand eines Ummagnetisierungskeimes unter Vergrößerung des Keimvolumens vorrücken kann. Wenn wir annehmen, daß die Wand des Keimes auch immer wirklich zu wandern beginnt, wenn diese energetischen Bedingungen erfüllt sind, so liefern uns diese Betrachtungen sofort die Stabilitätsgrenzen der Keime.

Wenn bei einer differentiellen Verschiebung der Wand das Volumen des Keimes um  $dV$  vergrößert wird, so wird dem Material die Energie  $2HI_s dV$  zugeführt; denn in dem Volumenelement  $dV$  ändert sich die Magnetisierung von  $-I_s$  nach  $+I_s$ . Diese Energie wird in verschiedener Weise verbraucht. Zunächst wird mit der Verschiebung der Wand eine gewisse Oberflächenvergrößerung  $dF$  verbunden sein. Ist  $\gamma$  die Energie pro  $\text{cm}^2$  der Wand, so ist  $\gamma dF$  die dafür benötigte Arbeit. Ferner wird sich die Feldenergie des entmagnetisierenden Feldes ändern. Diese Feldenergie wollen wir mit  $W$  bezeichnen. Ihre Größe soll später für einen Keim von der Gestalt eines Rotationsellipsoids berechnet werden. Der Überschuß der zugeführten Energie über den Energieverbrauch zur Vermehrung der Oberfläche und des entmagnetisierenden Feldes beträgt also

$$dA = 2HJ_s dV - \gamma dF - dW. \quad (1)$$

Wenn nun die Wand ohne jede Energievergeudung vorrücken könnte, würde das Keimwachstum energetisch möglich sein, sobald bei positivem  $dV$  sich  $dA$  als positiv ergibt. Tatsächlich zeigt aber das Vorhandensein der Grenzfeldstärke  $H_0$ , daß selbst bei unendlich langsamem Verschieben der Wand der Energiebetrag  $2H_0I_s$  pro  $\text{cm}^3$  irreversibel vergeudet wird, bei höherer Geschwindigkeit entsprechend mehr. Die Wand erfährt eine gewisse „Reibung“. Sie kann also tatsächlich nur dann durch das Material weiter wandern, wenn  $dA$  den Mindestbetrag dieser Reibungsenergie übersteigt. Andernfalls bleibt die Wand stecken. Natürlich handelt es sich hierbei nicht um Reibung im mechanischen Sinne.  $H_0$  hat sehr wahrscheinlich seine Ursache in kleinen örtlichen Schwankungen von  $\gamma$ , und die Umsetzung der zugeführten Energie in „Reibungswärme“ geschieht vermutlich auf dem Umweg über mikroskopische Wirbelströme. Für unsere Zwecke genügt aber die pauschale Beschreibung dieser Ausbreitungshindernisse durch das Grenzfeld  $H_0$ . Energetisch ist also das Vorrücken der Wand möglich, wenn gilt:

$$dA > 2H_0J_s dV \quad (dV \text{ positiv}). \quad (2)$$

Die strenge Auswertung dieser Gleichung im Sinne einer Berechnung der Wachstumsbedingungen ist weiterhin nur in dem Falle möglich, daß die Keime Ellipsoidform haben, da sonst  $W$  nicht berechenbar ist. Bevor wir uns aber auf diesen Fall beschränken, wollen wir uns qualitativ den Inhalt dieser Ungleichheit klar machen. Die Entmagnetisierung bewirkt, daß alle vorkommenden Keime sehr langgestreckt sind. Wir wollen in dieser Übersicht ihre Form und Größe ganz roh durch zwei Zahlen charakterisieren, ihre Länge  $l$  und ihre Dicke  $d$ . Es soll gelten  $l \gg d$ .

Ein Wachsen der Keimdimensionen kann auf zwei wesentlich verschiedene Weisen geschehen, entweder durch Wachsen der Länge oder durch Wachsen der Dicke. Natürlich kann auch beides zugleich stattfinden. Da aber bei diesen beiden Arten des Wachstums das Vorrücken der Wand an ganz verschiedenen Orten stattfindet, bei der einen nur an der Spitze, bei der anderen nur an der Seite, kann ein gleichzeitiges Wachstum von Länge und Dicke nur stattfinden, wenn sowohl für das Längenwachstum bei festgehaltener Dicke als auch für das Dickenwachstum bei festgehaltener Länge einzeln die energetische Ungleichung (2) erfüllt ist. Wir können also die beiden Wachstumsarten als voneinander unabhängig ansehen.

Bei einem langen dünnen Keim hat der Ausdruck für das Volumen die Form  $V = c_1 l d^2$ , wobei  $c_1$  ein von der Gestalt abhängiger Proportionalitätsfaktor ist. Ebenso kann für die Oberfläche ein Ausdruck der Form  $F = c_2 l d$  näherungsweise geschrieben werden. Liegen nun so lange dünne Keime vor, daß die Feldenergie  $W$  des entmagnetisierenden Feldes zu vernachlässigen ist, so ist die Größe  $A$ , deren Differential in (1) steht, gegeben durch

$$A = 2 H J_s c_1 l d^2 - \gamma c_2 l d.$$

Damit ein Längenwachstum möglich ist, muß gelten

$$\frac{\partial A}{\partial l} > 2 H_0 J_s \frac{\partial V}{\partial l}, \quad (2a)$$

was bei Vernachlässigung von  $W$  ergibt

$$d > \frac{\gamma c_2}{2 J_s c_1 (H - H_0)}.$$

Es gibt also eine gewisse kritische Dicke  $d_k = \frac{\gamma c_2}{2 J_s c_1 (H - H_0)}$ , die umgekehrt proportional  $H - H_0$  ist. Längenwachstum ist möglich, wenn  $d > d_k$  ist; für  $d < d_k$  ist das Längenwachstum gehemmt.

Entsprechend lautet die Bedingung für das Dickenwachstum

$$\frac{\partial A}{\partial d} > 2 H_0 J_s \frac{\partial V}{\partial d}, \quad (2b)$$

woraus durch Einsetzen des obigen Ausdrucks für  $A$  folgt

$$d > \frac{1}{2} \frac{\gamma c_2}{2 J_s c_1 (H - H_0)} = \frac{1}{2} d_k.$$

Dickenwachstum ist also energetisch möglich, wenn die Dicke größer als  $\frac{1}{2} d_k$  ist. Daß das Dickenwachstum schon eher einsetzt als das Längenwachstum, liegt daran, daß  $V$  nur linear mit der Länge, aber quadratisch mit der Dicke wächst.

Gehen wir nun zu kürzeren Keimen über, so macht sich das entmagnetisierende Feld bemerkbar. An der Seite der Keime ist das entmagnetisierende Feld dem äußeren Felde entgegengerichtet. Für das Dickenwachstum wirkt es also hemmend; es wirkt so, als ob das äußere Feld kleiner geworden

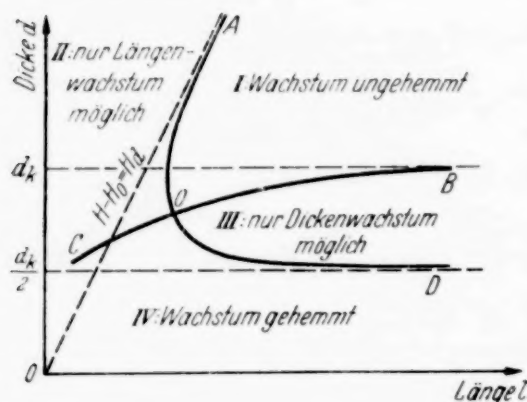


Fig. 1. Die Lage der Wachstumsgrenzen in der  $l$ - $d$ -Ebene (schematisch).

Wäre. Die Dicke, oberhalb der ein Dickenwachstum möglich ist, wird also mit abnehmendem Dimensionsverhältnis  $l/d$  steigen. Ist das Dimensionsverhältnis so klein geworden, daß das entmagnetisierende Feld  $H_d$  an der Seite gleich  $H - H_0$  geworden ist, wird bei keiner Dicke ein Dickenwachstum mehr möglich sein. Für das Längenwachstum dagegen wirkt das entmagnetisierende Feld fördernd, denn mit zunehmender Länge nimmt  $W$  ab. Bei abnehmendem Dimensionsverhältnis wird also die Dicke, oberhalb der ein Längenwachstum möglich ist, abnehmen. Auf Grund dieser Überlegungen ist Fig. 1 gezeichnet. Sie gibt in der  $l$ - $d$ -Ebene schematisch die Lage der Grenzkurven.  $BOC$  ist die Grenze, oberhalb der das Längenwachstum möglich ist. Sie fällt vom Wert  $d_k$  bei sehr großem  $l$  zu kleineren Werten  $d$  bei abnehmender Länge.  $AOD$  ist die Grenze, die das rechts oberhalb von ihr liegende Gebiet des Dickenwachstums begrenzt. Diese Kurve steigt vom Werte  $\frac{1}{2} d_k$  mit abnehmendem  $l$  an, um sich schließlich asymptotisch an einen Strahl durch den Ursprung anzuschmiegen, der durch  $H - H_0 = H_d$  gegeben ist. Die  $l$ - $d$ -Ebene zerfällt durch diese Kurven in vier Gebiete, in denen entweder beide Wachstumsarten (Gebiet I), nur Längenwachstum (Gebiet II), nur Dickenwachstum (Gebiet III) oder kein Wachstum (Gebiet IV) möglich ist.

Wir wollen nun diese Grenzkurven streng berechnen für den Fall, daß der Keim die Gestalt eines Rotationsellipsoids hat. Die obigen qualitativen Ergebnisse werden sich dabei vollständig bestätigen. Es sei  $a$  die



halbe Länge und  $b$  der halbe größte Durchmesser des Ellipsoids. Das Volumen ist dann  $V = \frac{4\pi}{3} ab^2$  und die Oberfläche

$$F = 2\pi b^2 \left[ 1 + \frac{k^2}{\sqrt{k^2 - 1}} \arcsin \frac{1}{k} \sqrt{k^2 - 1} \right]; \quad k = \frac{a}{b}.$$

Da uns nur das Gebiet langer dünner Keime,  $k > 200$ , interessiert, können wir für  $F$  den Näherungsausdruck  $F = \pi^2 ab$  benutzen. Die Feldenergie  $W$  des entmagnetisierenden Feldes des positiv bis  $J_s$  magnetisierten Keimes innerhalb der negativ bis  $J_s$  magnetisierten Umgebung beträgt  $W = 2NJ_s^2 V$ , wobei  $N$  der Entmagnetisierungsfaktor ist. Diese Formel ist leicht zu beweisen, indem man die beim Herumdrehen der Magnetisierung des Ellipsoids gegen das entmagnetisierende Feld zu leistende Arbeit berechnet, wenn sonst keine Richtkraft für die Magnetisierung vorhanden wäre. Es sei  $\alpha$  der Winkel der Magnetisierung gegen die Ellipsoidachse in einer Zwischenlage (vgl. Fig. 2).  $\alpha = 0$  ist die Ausgangslage in der negativen Sättigung.

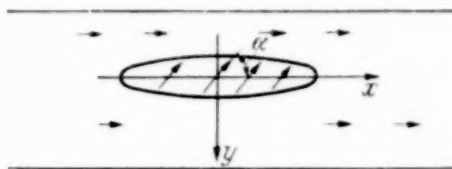


Fig. 2. Eine Zwischenlage bei der Drehung der spontanen Magnetisierung zur Berechnung der Feldenergie des entmagnetisierenden Feldes.

In dieser Lage ist die Magnetisierung homogen, das entmagnetisierende Feld also Null.  $\alpha = \pi$  ist die Endlage. In einer Zwischenlage hat das entmagnetisierende Feld im Ellipsoid die Komponenten  $H_x = NJ_s(1 - \cos \alpha)$  in der Achsenrichtung und  $H_y = N'J_s \sin \alpha$  senkrecht dazu.  $N'$  ist der Entmagnetisierungsfaktor in der Querrichtung. Der erste Summand bei  $H_x$  ist das Feld der umgebenden Magnetisierung. Das Drehmoment auf die Magnetisierung pro Volumeneinheit ist also

$$M = NJ_s(1 - \cos \alpha) \cdot J_s \cdot \sin \alpha + N'J_s \sin \alpha \cdot J_s \cos \alpha.$$

Die Arbeit pro Volumeneinheit zum Herumdrehen ist demnach

$$\frac{W}{V} = \int_{\alpha=0}^{\pi} M d\alpha = 2NJ_s^2.$$

Beim langgestreckten Rotationsellipsoid ist angenähert

$$N = \frac{4\pi}{k^2} (\ln 2k - 1); \quad k = \frac{a}{b}.$$

Wir erhalten also für die Energiegröße  $A$  den Ausdruck

$$A = \frac{8\pi}{3} HJ_s ab^2 - \pi^2 \gamma ab - \frac{32\pi^2}{3} J_s^2 \frac{b^4}{a} \left( \ln 2 \frac{a}{b} - 1 \right). \quad (3)$$

Wir betrachten nun genau wie in der qualitativen Übersicht die Grenzkurven für das Wachstum von  $a$  und  $b$ . Außer Kombinationen von beiden stellen diese Wachstumsarten in diesem Falle wirklich die einzigen Wachstumsarten dar, wenn die Ellipsoidform erhalten bleiben soll. Die Gleichung der Grenzkurve des Gebietes, in dem  $a$  wachsen kann, ist gegeben durch  $\frac{\partial A}{\partial a} = 2 H_0 J_s \frac{\partial V}{\partial a}$ . Sie lautet demnach explizit

$$b = \frac{3 \pi \gamma}{8 (H - H_0) J_s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{4 \pi J_s}{H - H_0} \frac{\ln 2 k - 2}{k^2}}; \quad k = \frac{a}{b}.$$

In dieser Gleichung sind alle Größen bekannt bis auf die unbekannte Konstante  $\gamma$  der Oberflächenenergie. Zur Vereinfachung ersetze ich sie durch eine andere Konstante  $\beta = \frac{3 \pi \gamma}{8 J_s}$ . Mit dieser Abkürzung folgt

$$b = \frac{\beta}{H - H_0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{4 \pi J_s}{H - H_0} \frac{\ln 2 k - 2}{k^2}}. \quad (4)$$

Entsprechend erhält man für die Gleichung der Grenze des Gebietes, in dem das Wachstum von  $b$  möglich ist:

$$b = \frac{\beta}{2 (H - H_0)} \cdot \frac{1}{1 - \frac{8 \pi J_s}{H - H_0} \frac{\ln 2 k - 1,25}{k^2}}. \quad (5)$$

Bei der von Sixtus benutzten Nickel-Eisenlegierung mit 15% Ni, 85% Fe ist  $J_s = 1650$ . In Fig. 3 sind in der  $a - b$ -Ebene die obigen beiden Grenzkurven für diesen Wert von  $J_s$  und  $H - H_0 = 0,5$  Orsted dargestellt. Die unbekannte Größe  $\beta$  bestimmt nur den Maßstab, nicht die Kurvenform. Da die Kurven qualitativ mit denen von Fig. 1 völlig übereinstimmen, ist das Zustandekommen ihrer besonderen Gestalt auf Grund der qualitativen Betrachtung klar. Die horizontale Asymptote von  $OB$  ist  $b = \frac{\beta}{H - H_0}$ , die von  $OD$   $b = \frac{\beta}{2 (H - H_0)}$ . Die Asymptote von  $OA$  ist der Ursprungsstrahl  $a/b = k_a$ , wobei  $k_a$  folgt aus

$$8 \pi J_s \cdot \frac{1}{k_a^2} (\ln 2 k_a - 1,25) = H - H_0.$$

Wie man sieht, ist das, bis auf einen geringfügigen Unterschied, die Gleichung

$$H - H_0 = 2 N J_s = H_a.$$

Die Koordinaten  $a_0$  und  $b_0$  des Schnittpunktes  $O$  der beiden Grenzkurven folgen aus den Gleichungen

$$\frac{k_0^2}{\ln 2 k_0 - 1,4} = \frac{20 \pi J_s}{H - H_0}; \quad b_0 = \frac{5}{6} \frac{\beta}{H - H_0} \ln 2 k_0 - 1,5; \quad k_0 = \frac{a_0}{b_0}. \quad (6)$$

Betrachten wir nun etwas genauer die Folgerungen, die sich auf Grund von Fig. 3 für die Wachstumseigenschaften der Keime ergeben. Jeder vorliegende Keim wird durch einen Punkt in der  $a-b$ -Ebene dargestellt. Liegt der darstellende Punkt im Gebiet I, so kann sowohl  $a$  als auch  $b$  wachsen. Der Zustandspunkt wird also nach rechts oben in der  $a-b$ -Ebene

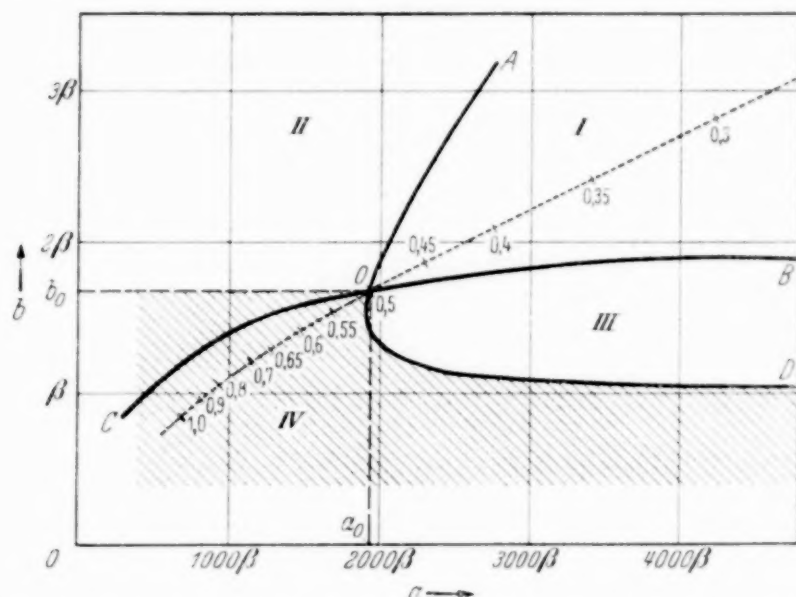


Fig. 3. Die  $a-b$ -Ebene mit den Wachstumsgrenzen für  $H - H_0 = 0,5$  Oerstedt.  
---- Bahn des Punktes  $O$  bei Veränderung des Feldes.

laufen. Der Keim kann beliebig groß werden, d. h. die Umklappwelle wird durch einen solchen Keim gestartet. Liegt der darstellende Punkt im Gebiet IV, so kann weder  $a$  noch  $b$  wachsen. In diesem Gebiet liegen also die „eingefrorenen“ Keime. Die Keime, die in Gebiet II fallen, können zwar länger, aber nicht dicker werden. Ihr Zustandspunkt bewegt sich also parallel der Abszissenachse nach rechts in der  $a-b$ -Ebene. Ist nun bei einem solchen Keim  $b > b_0$ , so wird er schließlich die Grenzkurve  $OA$  überschreiten und in Gebiet I gelangen, wo er beliebig auswachsen kann, und die Umklappwelle startet. Ist aber  $b < b_0$ , so wird er beim Längerwerden die Grenzkurve  $OC$  erreichen und dort steckenbleiben, weil von da ab sein weiteres Längenwachstum gehemmt ist. Ganz entsprechend ist das Verhalten in Gebiet III. Dort kann  $b$  zunehmen,  $a$  dagegen nicht. Die Zustandspunkte werden parallel der Ordinatenachse nach oben wandern und, falls  $a > a_0$ , in das Gebiet I hinein geraten, also die Umklappwelle hervorrufen.

Die Punkte innerhalb der kleinen Linse von Gebiet III, wo  $a < a_0$  ist, laufen sich an der Grenzkurve  $OD$  fest. Das gesamte Gebiet der  $a - b$ -Ebene, in der ein Keim die Umklappwelle nicht startet, ist in Fig. 3 schraffiert.

Die Grenzen dieser Gebiete hängen nun noch vom Felde ab. Es zeigt sich aber, daß ihre Formen sich qualitativ bei Veränderung des Feldes kaum ändern. Im wesentlichen bewirkt eine Felderhöhung nur eine Verkleinerung des Maßstabes der Figur. Man erhält daher schon ein gutes Bild von dem Verhalten, wenn man nur die Lage des Punktes  $O$  bei verschiedenen Feldern kennt. Aus diesem Grunde ist in Fig. 3 punktiert die Bahn eingetragen, die der Punkt  $O$  bei Feldänderungen beschreibt. Die zugehörigen Werte von  $H - H_0$  sind an die entsprechenden Punkte dieser Bahn angeschrieben.

Diese ganzen Betrachtungen haben bisher nur die energetischen Bedingungen für das Wachstum der Keimdimensionen berücksichtigt. Die Möglichkeit der Abnahme der Keimdimensionen haben wir nicht in Betracht gezogen. Auch dafür folgen die energetischen Bedingungen leicht. Man übersieht sofort, daß Längenabnahme möglich ist, wenn  $\frac{\partial A}{\partial a} < -2H_0J_s \frac{\partial V}{\partial a}$  ist und Dickenabnahme, wenn  $\frac{\partial A}{\partial b} < -2H_0J_s \frac{\partial V}{\partial b}$  ist. Die zugehörigen Grenzkurven erhält man aus den angegebenen, indem man  $H - H_0$  durch  $H + H_0$  ersetzt. Da bei Sixtus  $H_0 = 0,64$  Orsted ist, liegen sie in Fig. 3 im wesentlichen in der linken unteren Ecke. Darauf genauer einzugehen, ist hier nicht nötig.

### III. Die Deutung der Versuche von Sixtus.

Wir wollen nach diesen Vorbereitungen nun die Versuche von Sixtus genauer betrachten. Wir beginnen mit Versuch 2. Dabei wird untersucht, bei welcher Feldstärke ein vorgegebener Keim die Umklappwelle startet. Der darstellende Punkt des Keimes liegt also zunächst im Gebiet IV. Durch Steigern der Feldstärke werden die Grenzen dieses Gebietes nach links unten verschoben. Das Gebiet der „eingefrorenen“ Keime wird verkleinert. Die Startfeldstärke  $H'_s$  für den Keim ist diejenige Feldstärke, bei der die Grenze des schraffierten Gebietes den darstellenden Punkt erreicht. Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden.

*Fall 1.* Der darstellende Punkt liegt oberhalb der Bahn des Punktes  $O$ . In diesem Falle erreicht ihn beim Steigern der Feldstärke zunächst die Grenzkurve  $OC$ . Hat diese sich etwas über ihn hinweggeschoben, so beginnt ein Längenwachstum des Keimes ohne Zunahme seiner Dicke, bis der dar-



stellende Punkt wieder auf der neuen Grenzkurve  $OC$  liegt. Die Umklappwelle wird erst gestartet, wenn die Dicke  $b_0$  des zu Punkt  $O$  gehörigen Keimes kleiner als die Dicke  $b$  des gegebenen Keimes geworden ist. Aber schon vorher, bei kleinerer Feldstärke als  $H'_s$  setzt ein beschränktes Längenwachstum ein. Leider hat Sixtus dies nicht experimentell geprüft. Die Startfeldstärke  $H'_s$  hängt in diesem Falle nur von der Dicke des Keimes ab, nicht von der Länge.

*Fall 2.* Der darstellende Punkt liegt unterhalb der Bahn des Punktes  $O$ . Wenn man von dem kleinen linsenförmigen Stück von Gebiet III, wo  $a < a_0$  ist, absieht, gilt in diesem Falle einfach: Der Keim beginnt bei der Feldstärke zu wachsen, bei der die Kurve  $OD$  durch den darstellenden Punkt geht. Der Keim wird zunächst dicker, dann aber, nachdem er Gebiet III durchquert hat, beginnt auch das Längenwachstum. In diesem Falle ist  $H'_s$  von  $a$  und  $b$  abhängig. Nur wenn  $a$  so groß gegen  $b$  ist, daß der darstellende Punkt von dem weit rechts liegenden Teil der Kurve  $OD$  erreicht wird, ist  $H'_s$  von  $a$  nahezu unabhängig. Etwa für  $k > 2000$  kann man  $OD$  durch seine Asymptote ersetzen und erhält dann angenähert  $H'_s - H_0 = \frac{\beta}{2b}$ .

Wie man nun leicht feststellt, liegen die sämtlichen von Sixtus untersuchten Keime im Gebiet oberhalb der Bahn von  $O$ . Wir werden bald sehen, daß das wegen ihrer Herstellungsmethode so sein muß. Die Größe  $H'_s$  hängt also bei ihnen nur von ihrer Dicke ab. Daß bei den vier vollständig ausgemessenen Keimen der von Sixtus vermutete Zusammenhang mit dem Entmagnetisierungsfaktor annähernd erfüllt ist, muß demnach als Zufall bezeichnet werden. Die Startfeldstärke  $H'_s$  für diese Keime folgt aus der Bedingung  $b = b_0$ . Wegen (6) erhalten wir also den Zusammenhang zwischen  $b$  und  $H'_s$ , indem wir  $k_0$  aus den Gleichungen

$$\frac{b}{\beta} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{H'_s - H_0} \cdot \frac{\ln 2 k_0 - 1,4}{\ln 2 k_0 - 1,5} \quad \text{und} \quad \frac{k_0^2}{\ln 2 k_0 - 1,4} = \frac{20 \pi J_s}{H'_s - H_0}$$

eliminieren. Zur Prüfung dieser Theorie ist in Fig. 4 die Fig. 7 von Sixtus etwas abgeändert wiedergegeben. Die Punkte geben den von Sixtus gemessenen Zusammenhang zwischen  $H'_s$  und der Dicke. Die von Sixtus angegebenen Werte  $\Phi_{\max}$  wurden hierzu auf  $b$  umgerechnet. Die ausgezogene Kurve ist der theoretische Zusammenhang, wobei zur Anpassung  $\beta = 1,92 \cdot 10^{-3}$  [cm · Orsted] gewählt wurde. Eine bessere Übereinstimmung hinsichtlich der Kurvenform kann man kaum erwarten. Da eine andere Wahl von  $\beta$  nur alle Ordinaten der theoretischen Kurve im gleichen Verhältnis verändert, übersieht man aus der Streuung der Meßpunkte sofort,

daß der zufällige Fehler in  $\beta$  10% gewiß nicht überschreitet. Aus diesem Wert von  $\beta$  folgt für die Oberflächenenergie

$$\gamma = \beta \cdot \frac{8 J_s}{3 \pi} = 2,7 \text{ Erg/cm}^2.$$

Es ist jetzt auch nicht schwer, ein qualitatives Verständnis für Versuch 1 zu gewinnen. Hierbei wurde auf einem kurzen Drahtstück ein großes Zusatzfeld angebracht. Für das Gebiet innerhalb dieser Zusatzspule ist der dem Punkte  $O$  zugeordnete Keim sehr klein. Er liegt jedenfalls noch ganz innerhalb der Zusatzspule. Durch irgendeine Schwankungserscheinung kann offenbar die energetische Schwierigkeit überwunden werden, die der allerersten Entstehung eines solchen kleinen Keimes entgegensteht. Solange

sich dieser Keim ganz innerhalb der Zusatzspule befindet, ist er voll wachstumsfähig. Sobald er aber wesentlich länger als das Feld der Zusatzspule geworden ist, befindet er sich zum größten Teil im Hauptfeld  $H$ , nur ein kurzes Mittelstück befindet sich in dem höheren Felde  $H'$ . Für das kleinere Hauptfeld ist aber das Gebiet des gehemmten Wachstums so groß, daß der Keim in ihm noch nicht wachsen kann, denn beim Ausschalten des Zusatzfeldes hört sein Wachstum auf. Man kann sich nun wohl vorstellen, daß durch das kurze Zusatzfeld in der Mitte die Hemmung des Dickenwachstums

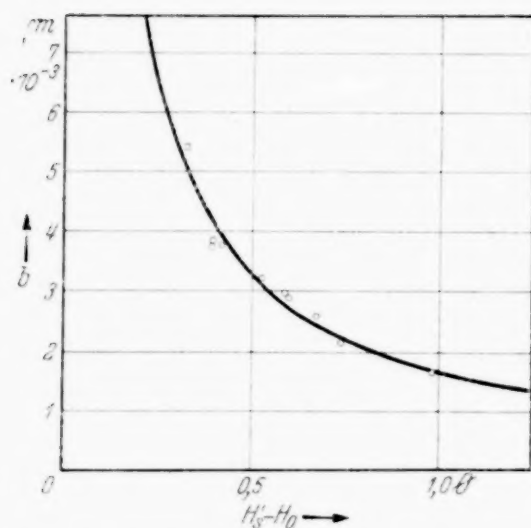


Fig. 4. Die Startfeldstärke  $H'_s$  als Funktion der Keimdicke  $b$ .  
 ○ ○ Meßpunkte nach Sixtus.  
 — Theoretischer Verlauf für  $\beta = 1,92$  [cm · Oersted].

aufgehoben wird. Denn dabei rückt die Wand ja im wesentlichen im mittleren Teil des Keimes vorwärts, wo das Zusatzfeld vorhanden ist. Die Hemmung des Längenwachstums wird aber durch das Zusatzfeld gewiß nicht aufgehoben werden können. Wie es nun zustande kommt, daß der Keim trotzdem länger wird und weit aus der Zusatzspule herauswächst, lehrt ein Blick auf Fig. 3. Wenn der Keim infolge der Zusatzspule dicker wird, kommt er schließlich an die Grenzkurve  $OC$  des zum Hauptfeld gehörigen Hemmungsgebietes IV. Dann tritt er in ein Gebiet ein, in dem im Hauptfeld das Längenwachstum möglich ist. Schaltet man die Zusatzspule aus, so wird das Wachstum von  $b$  wieder gehemmt. Dann wächst die Länge noch so lange,

bis der Zustandspunkt wieder auf der Grenzkurve  $OC$  angekommen ist. Das Längenwachstum kommt also dadurch zustande, daß infolge des Dickerwerdens unter der Wirkung der Zusatzspule der Keim in ein Gebiet kommt, in dem im Hauptfeld ein beschränktes Längenwachstum möglich ist.

Wenn diese Vorstellung richtig ist, müssen bei Sixtus die Zustandspunkte aller der Keime, deren Länge die Länge des Zusatzfeldes erheblich übertraf, auf der zum Hauptfeld gehörigen Kurve  $OC$  liegen. Diese Aussage ist nun leider nicht direkt prüfbar, da Sixtus nicht angegeben hat, bei welchem Hauptfeld die von ihm ausgemessenen großen Keime gewachsen sind. Es kann nur umgekehrt aus ihrer Größe die zugehörige Größe

von  $H - H_0$  ausgerechnet werden. Das Ergebnis sieht man in Fig. 5. Dort ist wieder die  $a - b$ -Ebene dargestellt, doch in etwas größerem Maßstab als in Fig. 3. Die drei Keime der Fig. 6 bei Sixtus sind als Punkte eingetragen. Ferner ist die Bahn des Punktes  $O$  und das Kurvenstück  $OC$  für den Wert  $H - H_0 = 0,27$  Orsted eingetragen.

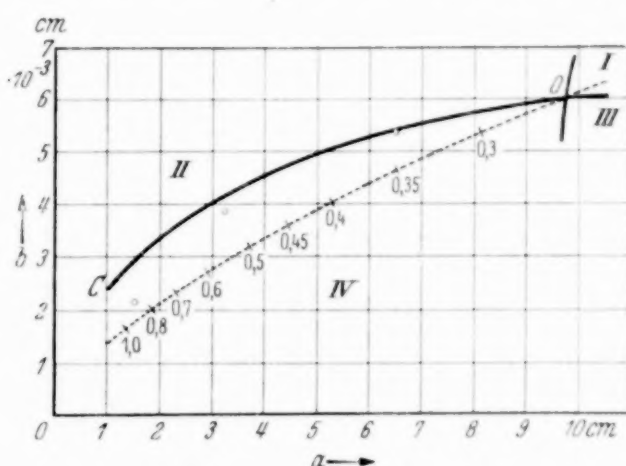


Fig. 5. Die Lage der drei größten Keime in der  $a - b$ -Ebene. (Nach Sixtus).

--- Bahn des Punktes  $O$  bei Veränderung des Feldes.  
— Grenze des Längenwachstums für  $H - H_0 = 0,27$  Orsted.

Es scheint hiernach so, als ob beim Wachstum des größten Keimes  $H - H_0$  ungefähr gleich 0,27 Orsted gewesen sei und beim zweiten Keim etwas größer. Es ist aber innerhalb der Meßfehler auch möglich, daß beide bei  $H - H_0 \approx 0,29$  Orsted gewachsen sind. Der dritte Keim ist schon zu kurz, um die hier benutzten Überlegungen anwenden zu können. Bei ihm befindet sich der größere Teil noch innerhalb des Zusatzfeldes. Es ist hiernach klar, daß alle so erzeugten Keime, wenn sie wesentlich länger als die Zusatzspule sind, oberhalb der Bahn von  $O$  liegen müssen, wie vorn bereits festgestellt wurde. Mit den Messungen sind also die hier entwickelten Vorstellungen von dem Wachsen der langen Keime aus einer kurzen Zusatzspule heraus durchaus verträglich.

Es bleibt bei diesen Überlegungen noch unklar, auf welche Weise die energetische Schwierigkeit überwunden wird, die der Entstehung des allerersten kleinen wachstumsfähigen Keimes innerhalb der Zusatzspule ent-

gegensteht. Das zu seiner Erzeugung mindestens nötige Startfeld betrug bei Sixtus  $H_s = 1,94$  Orsted. In so hohem Felde liegt der Punkt  $O$  bei sehr kleinen Werten von  $a$  und  $b$ . Es ist nicht unwahrscheinlich, daß der mittlere Abstand der Störungen, die das Auftreten von  $H_0$  bedingen, größer ist. Dann ist es vernünftig, bei diesen sehr kleinen Keimen  $H_0 = 0$  zu setzen. Unter dieser Annahme erhält man für obige Feldstärke für die Koordinaten des Punktes  $O$   $b_0 = 0,84 \cdot 10^{-3}$  cm und  $a_0 = 0,46$  cm. Der Energieaufwand zur Erzeugung dieses Keimes, d. h. das Negative der Größe  $A$  für den Punkt  $O$  beträgt  $A_k = \frac{1}{3} \pi^2 ab \cdot \gamma$ . Unter Benutzung des oben berechneten Wertes von  $\gamma$  ergibt sich  $A_k = 3,4 \cdot 10^{-3}$  Erg. Das ist eine ungeheuer große Energie. Es erscheint demnach unmöglich, daß diese ersten Um-magnetisierungskeime innerhalb des homogenen Materials infolge der thermischen Schwankungen der Magnetisierung gebildet werden. Dann sollte man erwarten, daß das Verhältnis  $A_k/kT$  etwa gleich dem Logarithmus der Stoßzahl pro  $\text{cm}^3$  ist, in Analogie zu den entsprechenden Verhältnissen bei der Keimbildung neuer Phasen in übersättigten Gebilden<sup>1)</sup>. Hier ist aber  $A_k/kT$  von der Größenordnung  $10^{11}$ . Man muß also annehmen, daß die Keimbildung an irgendwelchen Störstellen, inneren oder äußeren Oberflächen vor sich geht, wo die Keimbildungsarbeit sehr viel kleiner ist. Das ist auch schon von Preisach<sup>2)</sup> angenommen worden. Von ihm ist allerdings die hier diskutierte „homogene“ Keimbildung infolge thermischer Schwankungen nicht betrachtet worden.

Zum Schluß sei noch der erhaltene Wert von  $\gamma$  verglichen mit der theoretischen Abschätzung, die Bloch gegeben hat. Bloch benutzt das Heisenbergsche Modell des Ferromagnetikums mit einem Elektronenspin pro Atom. Er nimmt ein einfach kubisches Gitter an, bei dem die Austauschwechselwirkung nur für nächste Nachbarn berücksichtigt wird. Eine Magnetisierungsrichtung der spontanen Magnetisierung soll energetisch stark bevorzugt sein. Dann ergibt sich nach Bloch

$$\gamma = \frac{2}{a^2} \sqrt{J \cdot C}.$$

Dabei ist  $a$  die Gitterkonstante,  $J$  das Austauschintegral und  $C$  die Arbeit pro Atom, um die Magnetisierung aus der Vorzugsrichtung in die dazu senkrechte Richtung zu drehen. In unserem Falle, wo der Zug  $\sigma$  die Vorzugs-

<sup>1)</sup> M. Volmer u. A. Weber, ZS. f. phys. Chem. **119**, 277, 1926; R. Kaischew u. I. N. Stranski, Phys. ZS. **26**, 393, 1935; R. Becker u. W. Döring, Ann. d. Phys. **5**, 24, 719, 1935. — <sup>2)</sup> F. Preisach, Phys. ZS. **33**, 913, 1932.



richtung schafft, ist also  $C/a^3 = \frac{3}{2} \lambda \sigma$  ( $\lambda$  = Sättigungsmagnetostriktion) und somit

$$\gamma = 2 \sqrt{\frac{J}{a} \cdot \frac{3}{2} \lambda \sigma}.$$

Die Blochsche Rechnung ist ohne Schwierigkeit auf andere Gittertypen zu übertragen. Beim kubisch raumzentrierten Gitter ergibt sich als einziger Unterschied ein Faktor  $\sqrt{2}$ . Ersetzt man nun noch  $J$  durch die Curie-temperatur  $\Theta$  mit Hilfe der Heisenbergschen Beziehung, die für  $z = 8$  nächste Nachbarn  $k\Theta = 2J$  lautet, so erhält man für das kubisch raumzentrierte Gitter

$$\gamma = \sqrt{\frac{6 k \Theta \lambda \sigma}{a}}.$$

Bei dem von Sixtus benutzten Material (15% Ni, 85% Fe) ist  $\Theta \approx 1000^\circ$ ,  $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-5}$ ,  $a = 2,83 \text{ \AA}$ . Bei seinen Versuchen war  $\sigma = 65 \text{ kg/mm}^2$ . Damit ergibt sich  $\gamma = 2,1 \text{ Erg/cm}^2$  gegenüber dem experimentellen Wert  $\gamma = 2,7 \text{ Erg/cm}^2$ . In Anbetracht der rohen Annahmen, die der Blochschen Rechnung zugrunde liegen, muß eine solche Übereinstimmung als überraschend gut bezeichnet werden.

#### *Zusammenfassung.*

1. Es werden die Versuche von Sixtus über die Ummagnetisierungskeime bei großen Barkhausen-Sprüngen besprochen unter besonderer Herausstellung der theoretisch bisher nicht verständlichen Punkte.

2. Es werden unter Berücksichtigung von Oberflächenenergie und Entmagnetisierung die energetischen Bedingungen aufgestellt, unter denen das Wachstum eines Keimes von der Form eines Rotationsellipsoids möglich ist.

3. Es wird gezeigt, daß qualitativ das theoretisch zu fordernde Verhalten der Keime den Experimenten entspricht. Durch quantitative Auswertung der Ergebnisse von Sixtus wird der Zahlenwert der Wandenergie gewonnen. Er beträgt  $\gamma = 2,7 \text{ Erg/cm}^2$ . Dieser Wert befindet sich in guter Übereinstimmung mit dem Ergebnis der theoretischen Abschätzung von Bloch.

Herrn Prof. R. Becker habe ich für zahlreiche fördernde Diskussionen zu danken.

Göttingen, Institut für theoretische Physik, Oktober 1937.

*Nachtrag bei der Korrektur:* Herr Dr. Sixtus hatte die Freundlichkeit, mir inzwischen einige seiner weiteren, unveröffentlichten Meßergebnisse mitzuteilen. Sie seien zum Vergleich angefügt.

1. Die Feldstärke, bei der die drei großen Keime, die in Fig. 5 eingetragen sind, erzeugt wurden, betrug  $H = 0,92 \text{ O}$ , also  $H - H_0 = 0,28 \text{ O}$ , während auf Grund der vorstehenden Theorie 0,27 bis 0,29 O berechnet worden war.

2. Versuche über die Startfeldstärke  $H'_s$  an zwei weiteren Drähten ergaben bei ihrer Auswertung nach dem beschriebenen Verfahren:

a) Ein Draht aus 15% Ni, 85% Fe mit hohen inneren Spannungen;  $\sigma = 76 \text{ kg/mm}^2$ ;  $H_0 = 2,21 \text{ O}$ :

$$\beta = 2,5 \cdot 10^{-3} [\text{cm} \cdot \text{O}]; \quad \gamma = 3,5 \text{ Erg/cm}^2.$$

Dieser Wert ist 30% höher als der oben ermittelte Wert, während auf Grund der höheren Zugspannung nur ein um 8% höherer Wert zu erwarten ist.

b) Ein Permalloydraht, 78,5% Ni, 21,5% Fe;  $\sigma = 23 \text{ kg/mm}^2$ ;  $H_0 = 0,06 \text{ O}$ :

$$\beta = 0,6 \cdot 10^{-3} [\text{cm} \cdot \text{O}]; \quad \gamma = 0,46 \text{ Erg/cm}^2.$$

Die Blochsche Formel ergibt für diesen Permalloydraht  $\gamma = 0,45 \text{ Erg/cm}^2$ , also zufälligerweise eine fast genaue Übereinstimmung.

Göttingen, im Dezember 1937.

## Die Diffusion thermischer Neutronen in wässrigen Lösungen von Cadmiumnitrat<sup>1)</sup>.

Von **Friedrich Knauer** in Hamburg.

(Eingegangen am 23. September 1937.)

Aus der Diffusionsgleichung wird abgeleitet, wie ein Zusatz von Cadmiumsalz zu Wasser die Konzentration von thermischen Neutronen beeinflusst. Die gefundene Beziehung wird durch Experimente bestätigt. Die Messungen ermöglichen die Relativbestimmung des reinen Absorptionsquerschnitts von Wasserstoff bezogen auf den von Cadmium.

*Einleitung.* Bei der Messung der Absorption langsamer Neutronen bereitet es oft Schwierigkeiten, zwischen dem Wirkungsquerschnitt für Absorption und für Streuung zu unterscheiden. So geben die üblichen Messungen im allgemeinen die Summe beider Querschnitte<sup>2)</sup>, und erst nach besonderen Untersuchungen<sup>3)</sup> oder auf Grund anderer Tatsachen muß entschieden werden, ob Streuung, Absorption oder beides vorliegt. Es erscheint daher nützlich, Messungen nach einem Verfahren vorzunehmen, dem diese Schwierigkeiten nicht anhaften, und welches darüber hinaus Aufschlüsse anderer Art zu liefern verspricht. Diese Vorteile bieten die Messungen an wässrigen Lösungen. Sie liefern nämlich den reinen Absorptionsquerschnitt. Weiter können sie zeigen, wie weit die Ansätze der Diffusionstheorie für die Ausbreitung der thermischen Neutronen in wasserstoffhaltigen Stoffen anwendbar sind und wie weit eine Aufspaltung des Energiespektrums der Neutronen in thermische und schnellere Neutronen mit den Beobachtungen vereinbar ist. Ferner muß eine selektive Absorption für schnelle Neutronen sich anders auswirken als eine Absorption für langsame. Schließlich ist es lohnend, die besonders großen Wirkungsquerschnitte mancher Stoffe, wie Hg, Sm, Gd, einmal unter ganz anderen Bedingungen zu untersuchen wie bisher.

*Die Ausbreitung der Neutronen in wasserstoffhaltigen Stoffen<sup>4)</sup>.* Die von der Neutronenquelle ausgehenden Neutronen besitzen Energien von einigen

<sup>1)</sup> Vorgetragen auf der Gauversammlung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Clausthal am 14. Februar 1937. — <sup>2)</sup> I. R. Dunning, G. B. Pegram, G. A. Fink u. D. P. Mitchell, *Phys. Rev.* **48**, 265, 1935. — <sup>3)</sup> A. C. G. Mitchell, E. J. Murphy, M. D. Whitaker, ebenda **50**, 133, 1936; R. Fleischmann, *ZS. f. Phys.* **103**, 113, 1936. — <sup>4)</sup> E. Fermi, *Ric. Sci.* VII—II, 1936; E. Amaldi u. E. Fermi, ebenda VII—II, Vol. I, Nr. 11/12.

Millionen Volt. Durch Zusammenstöße mit den gleich schweren Wasserstoffkernen werden sie sehr schnell verlangsamt, da sie im Mittel bei jedem Stoß etwa die Hälfte ihrer Energie verlieren. Nachdem ihre mittlere kinetische Energie auf  $\frac{3}{2}kT$  abgesunken ist, können sie noch 75 bis 100 Zusammenstöße erleiden, bis sie von Wasserstoffkernen unter Bildung von schwerem Wasserstoff eingefangen werden, d. h. sie diffundieren im Wasser eine Zeitlang und verschwinden dann. Die Folge dieser Vorgänge ist eine räumliche Konzentrationsverteilung der Neutronen mit thermischer Energie. Die Konzentration ist in der Nähe der Neutronenquelle am größten und nimmt mit wachsender Entfernung ab.

Setzt man dem Wasser einen Stoff zu, der die Neutronen stark absorbiert, so ist eine Veränderung der Konzentrationsverteilung zu erwarten, und man kann daraus etwas erfahren über den Wirkungsquerschnitt des zugesetzten Stoffes in bezug auf den Wirkungsquerschnitt des Wassers, oder umgekehrt. Es liegt im Wesen der Diffusion, daß dabei Streuquerschnitt und Absorptionsquerschnitt in verschiedener Weise eingehen.

Die Konzentrationsverteilung der thermischen Neutronen in reinem Wasser und in Lösungen ist schon verschiedentlich gemessen worden. Der schnellere oder langsamere Abfall der Konzentration mit der Entfernung konnte mit der Absorption des gelösten Stoffes<sup>1)</sup>, mit der selektiven Empfindlichkeit des Empfängers für bestimmte Geschwindigkeiten oder mit der Höchstenergie der benutzten Neutronen in Zusammenhang gebracht werden. Aber eine strenge zahlenmäßige Erfassung war nicht möglich. Die hier gemachten Ausführungen führen in bezug auf die Absorption durch ein gelöstes Cadmiumsalz weiter, wenigstens in mehr als etwa 12 cm Entfernung von der Neutronenquelle.

*Die Diffusionsgleichung für thermische Neutronen.* Die Neutronenquelle möge sich in einem so großen Gefäß mit Wasser befinden, daß die Begrenzungen die Diffusion nicht mehr stören. Wird die Neutronenquelle genügend klein gedacht, so tritt als einzige Raumkoordinate die Entfernung  $r$  von der Neutronenquelle auf.

Für die Konzentration der thermischen Neutronen  $c$  (Anzahl im  $\text{cm}^3$ ) im stationären Zustand ist nach den dargelegten Vorstellungen dreierlei maßgebend<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> T. Bjerge u. C. H. Westcott, Proc. Roy. Soc. London (A) **150**, 704. 1935. — <sup>2)</sup> E. Fermi, l. c.



1. Wieviel Neutronen in ein Volumenelement in der Zeiteinheit hineindiffundieren. Dieser Betrag ist nach der Diffusionstheorie  $\frac{D}{r} \cdot \frac{d^2(r \cdot c)}{dr^2}$  ( $D = \frac{v\lambda}{3}$  = Diffusionskoeffizient,  $\lambda$  mittlere freie Weglänge der thermischen Neutronen und  $v$  ihre mittlere Geschwindigkeit).

2. Wieviel Neutronen in der Zeiteinheit von Wasserstoffkernen und anderen Kernen eingefangen werden. Dieser Verlust ist der Neutronenkonzentration  $c$  proportional, also  $a \cdot c$ .  $a$  ist der Kehrwert der mittleren Lebensdauer der thermischen Neutronen,  $a = v \cdot \sum_i N_i \sigma_i$  ( $N_i$  = Anzahl der Atomkerne im  $\text{cm}^3$  mit dem Absorptionsquerschnitt  $\sigma_i$ ). Die Summe ist über alle Kernarten zu erstrecken.

3. Wieviel thermische Neutronen durch Bremsung schneller Neutronen neu entstehen. Dieser Gewinn wird mit dem Abstand von der Neutronenquelle kleiner. Er möge mit  $g(r)$  bezeichnet werden.

Der Diffusionsvorgang muß dann der Gleichung

$$\frac{D}{r} \cdot \frac{d^2(r \cdot c)}{dr^2} - a \cdot c + g(r) = 0 \quad (1)$$

genügen.

*Ermittlung des Gewinnes an thermischen Neutronen.* Um weiter rechnen zu können, muß man etwas über die Funktion  $g(r)$  wissen. Man kann entweder dafür eine aus theoretischen Betrachtungen des Bremsprozesses abgeleitete Funktion einsetzen, wie es Westcott<sup>1)</sup> getan hat, oder man kann  $g(r)$  aus Messungen ableiten. Der zweite Weg soll hier besprochen werden.

Für diesen Zweck ist es nützlich, die gemessene Abhängigkeit der Konzentration von der Entfernung durch eine empirische Funktion auszudrücken. Einen möglichen Ausdruck findet man, wenn man  $\log(r \cdot c)$  gegen  $r$  aufträgt. Die Meßpunkte liegen dann für reines Wasser nach Amaldi und Fermi<sup>2)</sup> und nach eigenen Messungen oberhalb  $r = 12$  cm auf einer Geraden, und man kann ohne weiteres ablesen, daß die Messungen für  $r > 12$  cm durch die Funktion

$$r \cdot c = A \cdot e^{-r \sqrt{a}} \quad (2)$$

<sup>1)</sup> C. H. Westcott, Proc. Cambr. Phil. Soc. **33**, 112, 1937. — <sup>2)</sup> E. Amaldi u. E. Fermi, l. c.

ausgedrückt werden können. ( $\alpha = 2,3 \cdot 10^{-2}$  ist eine empirische Konstante, und  $A$  ein Faktor, welcher der Stärke der Neutronenquelle proportional ist.)

Geht man mit diesem Ansatz in die Differentialgleichung, so erhält man

$$g(r) = \frac{A}{r} \cdot e^{-r\sqrt{\alpha}} \cdot (a - \alpha D). \quad (3)$$

Die Neubildung der thermischen Neutronen hängt also in derselben Weise von der Entfernung ab wie die Konzentration. Einen zahlenmäßigen Vergleich der Absorption und Diffusion liefern die Zahlenwerte von  $a$  und  $\alpha D$ . Mit dem Absorptionsquerschnitt des Wasserstoffs  $3,3 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$  wird  $a = 5,5 \cdot 10^3$ , und mit  $\lambda = 0,3 \text{ cm}$  nach Amaldi und Fermi<sup>1)</sup> wird  $\alpha D = 0,6 \cdot 10^3$ . In einem  $\text{cm}^3$  werden also in einer Sekunde etwa neunmal soviel Neutronen absorbiert wie durch Diffusion hereinkommen. Die fehlenden entstehen neu aus schnelleren Neutronen.

Man würde für  $g(r)$  eine andere Form erwarten, nämlich  $B/r^2 \cdot e^{-r/\lambda_s}$ , wenn man die einfache Annahme macht, daß die schnellen Neutronen in der Nähe der Stelle, wo sie ihren ersten Zusammenstoß erleiden, unmittelbar in den thermischen Zustand übergehen.  $\lambda_s$  wäre die mittlere freie Weglänge der schnellen Neutronen. Westcott, der diesen einfachen Ansatz bis  $r = 15 \text{ cm}$  versucht hat, konnte die Messungen von Bjerge und Westcott nur mit einer empirischen Korrektur darstellen.

Geht man auf Entfernungen von mehr als etwa 15 cm, so kann man das Konzentrationsfeld auch durch  $A/r^2 \cdot e^{-r/\lambda_s}$  beschreiben und aus der Differentialgleichung eine Funktion von der erwarteten Form für den Gewinn thermischer Neutronen bekommen, allerdings nur, wenn man die mit  $r$  abnehmenden Glieder vernachlässigt, was in mehr als 20 cm Abstand zulässig erscheint. Offenbar können bis in diese Entfernung nur die schnellsten Neutronen mit der größten mittleren freien Weglänge im Wasser durchdringen. Die mittlere freie Weglänge dieser schnellsten Neutronen aus einer Be-Em-Neutronenquelle ist dann  $\lambda_s = 8,7 \text{ cm}$ . Die Abbremsung der schnellen Neutronen in mehreren Stufen und die Breite ihres Energiespektrums dürften die Gründe dafür sein, daß der erwähnte einfache Ansatz nicht zulässig ist.

*Die Lösung der Differentialgleichung.* Mit dem gefundenen Ausdruck  $g(r)$  ist die Integration der Differentialgleichung möglich<sup>2)</sup>. Als untere Grenze  $r_0$

<sup>1)</sup> E. Amaldi u. E. Fermi, l. c. — <sup>2)</sup> Vgl. E. Madelung, Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers, S. 114.

kann man etwa den Radius der Neutronenquelle nehmen und für  $r < r_0$  die Neutronenkonzentration konstant setzen. Natürlich kann die Lösung der Gleichung erst von  $r$  größer als etwa 12 cm ab gelten, wo  $g(r)$  richtig wird. Die allgemeine Lösung enthält nach Einführung der Grenzbedingungen zwei Summanden gleicher Größenordnung. Der eine fällt wie  $e^{-r \cdot \sqrt{a/D}}$  ( $\sqrt{a/D} = 0,12$  mit den angegebenen Zahlen) ab, so daß er nach 10 cm praktisch Null geworden ist. Der andere Summand ist

$$c = \frac{g(r)}{a - \alpha D}. \quad (4)$$

Er geht, wenn man  $g(r)$  nach Gleichung (3) einsetzt, in Gleichung (2), den empirischen Ausdruck für die Messungen, über.

Die Gleichung (4) zeigt 1., daß die Konzentration in ihrer Abhängigkeit von der Entfernung allein durch  $g(r)$ , den Gewinn an thermischen Neutronen, bestimmt wird und nicht durch den Wirkungsquerschnitt des Wassers für langsame Neutronen, und 2., wie die Konzentration vom Absorptionsquerschnitt der vorhandenen Atome abhängt und daher auch wie sie durch den Zusatz eines Absorbers für thermische Neutronen beeinflusst wird. An Stelle von  $a$  hat man nur  $a + a'$  zu setzen, wo  $a' = r \sum_i N_i' \sigma_i'$  den Absorptionsquerschnitt des zugesetzten Stoffes berücksichtigt. Die Konzentration nach Zusatz eines Absorbers ist daher

$$c' = \frac{g(r)}{a + a' - \alpha D}. \quad (5)$$

Wenn  $g(r)$  durch den Zusatz nicht beeinflusst wird, soll also der exponentielle Abfall mit der Entfernung unverändert bleiben. Dieser Schluß steht mit den Beobachtungen an Borlösungen<sup>1)</sup> und an Cadmiumlösungen vollkommen im Einklang. Tatsächlich paßt auf die Konzentrationsverteilung in Cadmiumnitratlösungen derselbe Ansatz wie in reinem Wasser, nämlich  $c \cdot r = A' e^{-r \sqrt{a}}$ , wo nur  $A' < A$  ist.

Fängt der Absorber außer den thermischen Neutronen auch schnellere weg, dann müßte auch  $g(r)$  geändert werden.

Für das Verhältnis der Konzentrationen ohne und mit Zusatz eines Absorbers für thermische Neutronen findet man

$$\frac{c}{c'} = \frac{(a + a' - \alpha D)}{(a - \alpha D)}. \quad (6)$$

<sup>1)</sup> T. Bjerge u. C. H. Westcott, l. c.

Man bekommt diese Gleichung auch ohne Integration der Differentialgleichung aus Gleichung (2), wenn man den Gewinn an thermischen Neutronen in der Cd-Lösung gleich dem Gewinn in reinem Wasser setzt und die Erfahrungstatsache benutzt, daß  $\alpha$  in der Lösung nicht geändert ist.

Für die Nachprüfung im Experiment schreibt man die Gleichung bequemer in der Form

$$a - \alpha D = \frac{a'}{\frac{c}{c'} - 1}. \quad (7)$$

Da die linke Seite konstant ist, sollte die rechte Seite mit den meßbaren Größen ebenfalls konstant sein.

Die Gleichung wurde durch Messungen der Konzentration thermischer Neutronen in Wasser und in verschiedenen starken Cadmiumnitratlösungen geprüft.

*Die Versuchsanordnung.* Die Neutronenkonzentration wurde in bekannter Weise mit Hilfe der künstlichen Radioaktivität eines Rhodiumbleches gemessen. Der Anteil der schnelleren Neutronen wurde hinter einem Cadmiumfilter gemessen und abgezogen. Dieser Anteil war in reinem Wasser und in der stärksten Cadmiumlösung gleich groß. Als Neutronenquelle diente ein kleiner mit Beryllium (etwa 5 g, fein gepulvert) gefüllter Glaskolben, in den etwa 15 Stunden vor dem Beginn der Messungen 20 bis 60 Millicurie Radiumemanation eingelassen wurden. Die Stärke der Aktivierung des Rh-Bleches wurde mit einem Geiger-Müllerschen Zählrohr bestimmt, der über einen zweistufigen Verstärker ein mechanisches Zählwerk steuerte. Das Zählwerk war aus einer Stoppuhr selbst hergestellt. Da das Nachlassen der Federkraft bei längerem Zählen bedenklich erschien, wurde ein Gewichtszug angebracht, der die Zugfeder immer gerade gespannt hielt. Dadurch wurde auch die Ansprechzeit des Zählwerks von  $1,7 \cdot 10^{-2}$  Sekunden auf  $3 \cdot 10^{-3}$  Sekunden herabgesetzt, so daß der Zählverlust im Höchstfalle von 800 Teilchen in der Minute nur noch etwa 4% betrug.

*Die Durchführung und Auswertung der Versuche.* Das Rhodiumblech ( $5 \times 10$  cm, 0,1 mm dick) wurde in einer bestimmten Entfernung (12,1, 16,1 und 20,1 cm) von der Neutronenquelle den Neutronen 2 Minuten lang ausgesetzt. 25 Sekunden nach Schluß der Aktivierung wurde mit dem Zählen der  $\beta$ -Strahlen begonnen. Die Teilchenzahl in der ersten und in der zweiten Minute wurde abgelesen. Nach weiteren 35 Sekunden, also 5 Minuten nach Beginn der ersten Aktivierung, wurde das Rhodiumblech von neuem den Neutronen ausgesetzt. Dieser Arbeitsgang wurde je nach der Stärke der



Aktivierung drei- bis achtmal wiederholt. Derartige Gruppen von Versuchen wurden abwechselnd in einer Cd-Lösung und in Wasser gemacht, um vor langsamen Schwankungen sicher zu sein. Die Beobachtungen wurden so lange fortgesetzt, bis die gezählte Teilchenzahl für die gewünschte Meßgenauigkeit ausreichend erschien.

Die Messungen wurden in zwei großen Töpfen mit 80 Liter Inhalt für das Wasser und 50 Liter Inhalt für die Cadmiumlösungen gemacht.

Um zu zeigen, wie die Zählungen ausgewertet wurden, möge als Beispiel die Berechnung in 16,1 cm Abstand bei  $9,20 \cdot 10^{18}$  Cd-Atomen im  $\text{cm}^3$  im einzelnen mitgeteilt werden. In Wasser wurden bei fünf Versuchen im Mittel 334 Teilchen in der ersten Minute gezählt. Aus der Gesamtzahl der gezählten Teilchen folgt die mittlere Abweichung  $\pm 8,3$ . Der Zählverlust kann bei dem großen Auflösungsvermögen der Zähleinrichtung aus  $w = z(1 + \tau \cdot z)$ , wobei  $z$  die gezählte Teilchenzahl,  $w$  die wahre Teilchenzahl und  $\tau = 5,3 \cdot 10^{-5}$  Minuten die Ansprechzeit der Zähleinrichtung ist, mit ausreichender Genauigkeit berechnet werden. Damit wird die wahre Teilchenzahl  $350 \pm 8,4$ . Davon wird der Leerlauf des Zählrohres, hervorgerufen durch die Höhenstrahlung, mit  $46 \pm 3$  abgezogen, dies gibt  $304 \pm 9$ . Weiter ist davon abzuziehen der Anteil der schnellen Neutronen mit  $(10,3 \pm 1)\%$  der Gesamtzahl nach einer besonderen Messung, also  $31 \pm 3$ , dann wird die wahre Anzahl der gezählten thermischen Neutronen in Wasser  $w_t = 273 \pm 10$ . In der Cd-Lösung wurden  $186 \pm 4,3$  Teilchen als Mittel aus zehn Versuchen gezählt. Der Zählverlust und der Leerlauf werden in derselben Weise in Rechnung gezogen. Es werden aber ebensoviel schnelle Teilchen abgezogen, da, wie schon erwähnt, die schnellen Neutronen durch den Cadmiumzusatz nicht geschwächt werden. Das führt zu der wahren Zahl thermischer Neutronen in der Cadmiumlösung  $w'_t = 110 \pm 5,6$ .  $w_t$  und  $w'_t$  sind der Neutronenkonzentration proportional, also wird

$$\frac{c}{c'} = 2,47 (1 \pm 0,057) \quad \text{und} \quad \frac{N'}{\frac{c}{c'} - 1} = 6,25 (1 \pm 0,09) \cdot 10^{18}.$$

In entsprechender Weise wurden alle Zählungen ausgewertet. Die Zählverluste des Zählwerks ohne Gewichtszug betrugen bis zu 14%. Sie wurden aus einer Eichkurve entnommen.

*Das Ergebnis.* Die Ergebnisse der Auswertung sind für die drei gemessenen Entfernungen in der folgenden Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1.

Zahl der Cd-Atome im $\text{cm}^3$ $N' \cdot 10^{-18}$	$\frac{c}{c'}$	$\frac{N' \cdot 10^{-18}}{\frac{c}{c'} - 1}$	Mittlere Abweichung, $\pm \%$
12,1 cm Abstand			
1,84	1,24	7,67	9
3,68	1,59	6,23	8
5,52	1,88	6,27	7
7,36	2,22	6,25	6
9,20	2,44	6,38	6
Mittel: 6,56			3,5
16,1 cm Abstand			
1,84	1,32	5,57	10
3,68	1,63	5,84	9
5,52	1,84	6,57	8
7,36	2,33	5,54	9
9,20	2,47	6,25	9
Mittel: 5,95			4
20,1 cm Abstand			
9,20	2,48	6,22	19

Die erste Spalte enthält die Anzahl  $N'$  der Cadmiumatome im  $\text{cm}^3$ , die zweite das Verhältnis der Neutronenkonzentrationen in Wasser und in der Cd-Lösung, die dritte den Ausdruck  $\frac{N'}{\left(\frac{c}{c'} - 1\right)}$ , und die vierte die mittlere Schwankung der dritten Spalte in Prozenten.

Wie man sieht, sind die Werte der dritten Spalte innerhalb der mittleren Abweichung konstant und ein Gang mit der Cd-Konzentration ist nicht vorhanden. Die Zahlen der dritten Spalte sind aber bei 12 cm Abstand etwas größer als bei 16 und 20 cm. Für diese Abweichung kann man verschiedene Gründe anführen. Denn für die Genauigkeit der Messungen werden wahrscheinlich noch andere Fehlerquellen in Betracht kommen als allein die angegebene, statistisch berechnete mittlere Abweichung, oder die Voraussetzungen der Rechnung sind nicht ganz erfüllt, oder die für  $g(r)$  eingesetzte Funktion ist in 12 cm Abstand nicht mehr gültig. Im wesentlichen scheinen die Vorgänge aber richtig erfaßt zu sein, was auch daraus hervorgeht, daß der Absorptionsquerschnitt des Wasserstoffkernes in Übereinstimmung mit Amaldi und Fermi herauskommt, wie der nächste Absatz zeigen soll.

Der Absorptionsquerschnitt des Cadmiums für thermische Neutronen kann als gut bekannt<sup>1)</sup> angesehen werden, weil die Messungen durch Streuung nicht gestört werden. Man kann deshalb die vorliegenden Beobachtungen zur Bestimmung des Absorptionsquerschnittes von Wasserstoff benutzen. Setzt man für  $a$ ,  $a'$  und  $D$  ihre Werte in Gleichung (5) ein, wobei nur die weit überwiegenden Querschnitte von H und Cd berücksichtigt zu werden brauchen, so erhält man

$$\sigma = \frac{1}{N} \left( \frac{N' \cdot \sigma'}{c - 1} + \frac{\lambda \alpha}{3} \right). \quad (8)$$

Mit dem Mittelwert für den Bruch aus den Messungen in 16.1 cm Abstand, die wohl am zuverlässigsten sind, und mit  $\sigma' = 3.3 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^2$  und  $\lambda = 0.3 \text{ cm}$  nach Amaldi und Fermi erhält man

$$\sigma = \frac{1}{6.67 \cdot 10^{22}} (19.6 \cdot 10^{-3} + 2.3 \cdot 10^{-3}) = 3.3 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2.$$

Auf die Genauigkeit von  $\lambda$  und  $\alpha$  kommt es nicht sehr an, wie man sieht. Amaldi und Fermi fanden  $3.1 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$ .

Die Messungen der Neutronenkonzentration mit dem Rhodiumblech sind sehr mühsam. Nur mit einer bedeutend stärkeren Neutronenquelle wäre es lohnend, durch Häufung der Beobachtungen die Meßgenauigkeit zu verbessern.

Herrn Prof. Holthausen und Frau Dr. Hamann habe ich für die Überlassung von Emanation, und dem Stifterverband für Mittel zur Durchführung der Arbeit zu danken.

*Hamburg*, Institut für physikal. Chemie der Hansischen Universität.

<sup>1)</sup> I. R. Dunning, G. B. Pegram usw., l. c.

## Ionenleitung in dünnen NaCl-Schichten<sup>1)</sup>.

Von **J. Boros** in Szeged-Debrecen.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 23. Oktober 1937.)

Durch Verdampfung gewonnene, dünne ( $0,2-2,5\ \mu$ ) NaCl-Schichten haben eine sehr große spezifische elektrische Leitfähigkeit mit sehr kleinen Ionenablösungsarbeiten. Es ist eine Abhängigkeit von der Schichtdicke vorhanden.

1. Die elektrische Leitfähigkeit dünner Metallschichten ist schon Gegenstand eingehender Untersuchungen gewesen<sup>2)</sup>. Die Erforschung der Ionenleiter bedarf aber bei den dünnen Schichten einer Ergänzung. Die Ionenleiter haben veränderliche Leitfähigkeit, je nachdem sie Einkristalle oder ein Kristallhaufen in Pastillenform sind. Kleine Zusätze, die Herstellungsart, thermische und mechanische Vorbehandlung haben bedeutenden Einfluß auf die Größe der spezifischen Leitfähigkeit und auf deren Temperaturabhängigkeit<sup>3)</sup>.

2. Im Hochvakuum wurden die Schichten als Niederschlag des NaCl-Dampfes auf Glas- und Quarzplatten mit einer Temperatur von  $\sim 200^\circ\text{C}$  hergestellt. Die dünnen Salzsichten sind von poröser Struktur, trüb wie eine Mattglasscheibe und bei genügend geringer Dicke bei Durchsicht violett, blau oder gelblich-rot.

Die elektrische Leitfähigkeit der Schichten wurde in Längsrichtung und senkrecht zur Schicht, also in Querrichtung, gemessen. Als Elektrode bei der Längsrichtung wurde auf die Quarzplatten Hydrokollag aufgetragen mit einem Zwischenraum von 1 bis 2 mm. Auf diesen Zwischenraum wurde die Salzsicht so aufgedampft, daß auch noch der Hydrokollag mehrere mm breit bedeckt wurde. Die Stromzuführung geschah mit Messingklemmen, welche dem Hydrokollag aufgepreßt wurden. Bei Querleitung kam zuerst

<sup>1)</sup> Vorgelegt der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 24. Mai 1937.  
— <sup>2)</sup> Zusammenfassende Referate: Reinders-Hamburger, Ann. d. Phys. **10**, 649, 1931 und L. Hamburger, ebenda S. 789 u. 905. — <sup>3)</sup> Zusammenfassende Berichte siehe: B. Gudden, Elektrizitätsleitung in kristallisierten Stoffen unter Ausschluß der Metalle, Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften III, S. 116; G. Hevesy, Elektrolytische Leitung in festen Körpern, Handb. d. Phys. XIII; C. Tubandt, Leitfähigkeit und Überföhrungszahlen in festen Elektrolyten, Handb. d. exp. Phys., Bd. XII; W. Flechsig, Hand- u. Jahrb. d. Chem.-Phys., Bd. VI, S. 278, 1933; A. Smekal, Strukturempfindliche Eigenschaften der Kristalle, Handb. d. Phys. XXIV/2.



Hydrokollag auf die Quarzplatte, welche mit einer der Klemmen in Verbindung war. Mit Hilfe eines Diaphragmas wurde dann auf den Hydrokollag eine breitere Salzschiebt und dann mit Hilfe eines zweiten Diaphragmas wieder eine kleinere Schicht von Silber aufgedampft, welche mit der zweiten stromführenden Klemme in Berührung gebracht wurde. Die Schichten bei der Querleitung mußten bedeutend dicker sein, als bei Längsleitung, damit zwischen dem Hydrokollag und der Silberschicht keine direkte Verbindung entstand. Zur Berechnung der spezifischen Leitfähigkeit muß man die Schichtdicken kennen. Sie wurden so bestimmt, daß eine Hilfsplatte mit bekannter Oberfläche gleichzeitig mit einem Niederschlag bedeckt wurde. Dann wurde das Salz mit zweimal destilliertem Wasser abgelöst und nach Verdampfung des Wassers mit einer Mikrowaage gewogen. Die Schichten bestehen aus kleinen, feinen Kriställchen; infolgedessen ist für die Schichtdicke ein Mittelwert anzunehmen. Die verwendeten Schichtdicken lagen bei Längsleitung zwischen 0,15 und 0,9  $\mu$ , bei Querleitung zwischen 0,8 und 3  $\mu$ . Die Leitfähigkeit wurde teilweise mit einer H. und B.schen Wheatstone-Brücke, teilweise nach der Strom-Spannungsmethode, mit einem hochempfindlichen H. und B.schen Spiegelgalvanometer mit Shunt gemessen.

Die Messung der Temperaturabhängigkeit der Leitung wurde anfangs im Vakuum ausgeführt, aber da die Resultate mit den in Luft ausgeführten übereinstimmten, wurden die weiteren Versuche aus praktischen Gründen in Luft ausgeführt<sup>1)</sup>.

Die Eigenleitfähigkeit der zur Unterlage dienenden geschmolzenen Quarzplatten konnte neben der Leitfähigkeit der NaCl-Schichten bei allen verwendeten Temperaturen vernachlässigt werden.

**3. Meßergebnisse.** Die Leitfähigkeit der dünnen Schichten ist für Längsleitung in Fig. 1, für Querleitung in Fig. 2 aufgetragen. Zum Vergleich ist die Leitfähigkeit eines NaCl-Einkristalls eingezeichnet<sup>2)</sup>. Die Messungen wurden in dem sogenannten Tieftemperaturintervall ausgeführt, wo bei dem Einkristall auch die sogenannte Störleitung vorhanden ist. Das Auffallendste in beiden Figuren ist, daß in der Nähe von  $\sim 200$  bis  $220^{\circ}\text{C}$  ein Knick in den logarithmischen Temperaturgeraden auftritt. Bei Einkristallen und Pastillen tritt auch ein Knick auf, aber bei einer Temperatur von  $\sim 500$  bis  $550^{\circ}\text{C}$  bei dem Übergang von Störleitung zu Ionenleitung.

<sup>1)</sup> Dasselbe fanden O. Blüh u. W. Jost, ZS. f. phys. Chem. (B) **1**, 270, 1928. — <sup>2)</sup> T. E. Phipps, W. D. Lansing u. T. G. Cooke, Journ. Amer. Chem. Soc. **48**, 112, 1926.

Die schwache Neigung der logarithmischen Geraden<sup>1)</sup> in Fig. 1 vor diesem Knick deutet auf Ionen mit sehr kleinen Ablösungsarbeiten hin. Die Geraden sind für  $t > 220^\circ\text{C}$  stärker geneigt als die Gerade für den

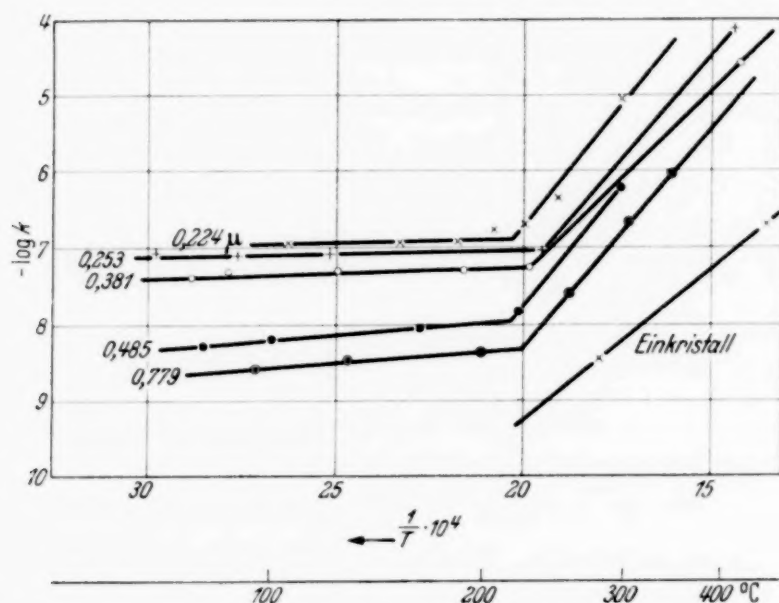


Fig. 1. Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit  $K$  dünner Na Cl-Schichten bei Längsleitung. Dicke der Schichten in  $10^{-3}\text{ mm} = 1\text{ }\mu$ .

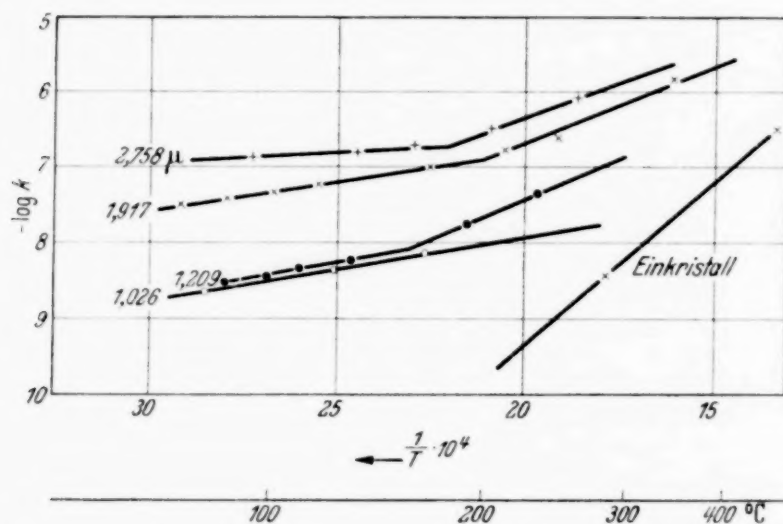


Fig. 2. Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit dünner Na Cl-Schichten bei Querleitung. Dicke der Schichten in  $\mu$ .

Einkristall. Für die steilsten bekommt man für die Ablösungsarbeiten Werte über 16000, also noch immer kleinere als die für die Gitterionen gültigen Werte von 23000<sup>2)</sup>. Aus dieser Tatsache können wir schließen,

<sup>1)</sup> A. Smekal, ZS. f. techn. Phys. **12**, 570, 1927. — <sup>2)</sup> Nach der Van t'Hoff'schen Gleichung  $K = A e^{-B/T}$ ,  $K$  = spezifische Leitfähigkeit,  $T$  = abs. Temperatur,  $B$  = Ablösungsarbeit,  $A$  = mit der Ionenzahl proportionale Konstante.

daß die kleinen Kriställchen die Leitung bei dieser Temperatur schon mit sehr regelmäßig eingebauten Ionen bewerkstelligen.

Bei der Fig. 2 ist der Knick nicht so stark ausgeprägt, die beiden Geraden sind schwächer geneigt als die Gerade für den Einkristall. Diese Tatsache könnte auf den ersten Blick befremdend erscheinen, da beide Schichten gleichmäßig hergestellt wurden, aber die Schichten bei der Querleitung sind bedeutend dicker und außerdem wird auf die Salzschiebt die zweite Elektrode aus Silber aufgedampft. Die NaCl-Schicht wurde also nochmals erwärmt und steht ständig unter starker Spannung.

Es ist hier wichtig zu erwähnen, daß hauptsächlich bei Querleitungsmessungen über  $250^{\circ}\text{C}$  in dem Leitungsstrom sehr oft unregelmäßige Schwankungen auftreten, welche eine Messung mit der Brücke unmöglich machen. Sie dürften wohl durch die beginnende Rekristallisation erklärt sein, wie schon Gyulai<sup>1)</sup> beobachtet hat.

**4. Zusammenhang mit der Schichtdicke.** Um eine bessere Übersicht zu geben, sind in Fig. 3 und 4 die  $\log K$ -Werte in Abhängigkeit von der Schichtdicke aufgetragen. Fig. 3 bezieht sich auf die Längsleitung. Alle Meßdaten lassen sich<sup>2)</sup> durch eine lineare Abhängigkeit der  $\log K$ -Werte von der Schichtdicke darstellen, und zwar leiten die dünneren Schichten besser.

In Fig. 4 finden wir bei der Querleitung den umgekehrten Fall: Die dickeren Schichten leiten besser. Diese beiden miteinander im Gegensatz stehenden Befunde kann man vorläufig nicht eindeutig erklären. Die Schichten sind in ihrer Dicke unregelmäßig, porös, möglicherweise mit Hohlräumen versehen, jedenfalls haben sie eine mehr oder weniger treppenförmige Struktur (siehe Fig. 147, S. 297 im Buche von J. H. de Boer: Elektronenemission und Adsorptionsercheinungen). In unseren Messungen in Längs- und Querrihtung können wir diese Struktur so schematisieren, daß in Längsrichtung mehrere Widerstände mit verschiedenem Querschnitt hintereinander geschaltet sind. In Querrihtung wirken dieselben Widerstände so wie verschiedene Widerstände in paralleler Schaltung.

Bei der Auswertung der Meßresultate rechnen wir mit einem Mittelwert der Schichtdicke. Die wirklichen Werte für die einzelnen Elemente der Schicht sind sehr verschieden und mit der Vergrößerung der mittleren Schichtdicke ändern sie sich höchstwahrscheinlich nicht proportional.

<sup>1)</sup> Z. Gyulai, ZS. f. Phys. **96**, 212, 1935. — <sup>2)</sup> Die Werte für die  $0,485\ \mu$  dicke Schicht fallen aus. Vorläufig ist nur die starke Abhängigkeit von der Schichtdicke wichtig.

Das ist ersichtlich aus der vorerwähnten Figur aus dem Boerschen Buch. Die Dicke der Schicht aber kommt in der Ausrechnung der spezifischen Leitfähigkeit bei Längs- und Querleitung einmal im Zähler, einmal im Nenner vor, also gerade umgekehrt, d. h. alle Fehler, welche durch die mittlere Schichtdicke entstehen, wirken bei Längs- und Querleitung entgegengesetzt.

Bei Längsleitung berühren die Elektroden nur einseitig die Schicht. Dadurch können also bei größeren Schichtdicken Fehler entstehen, so daß

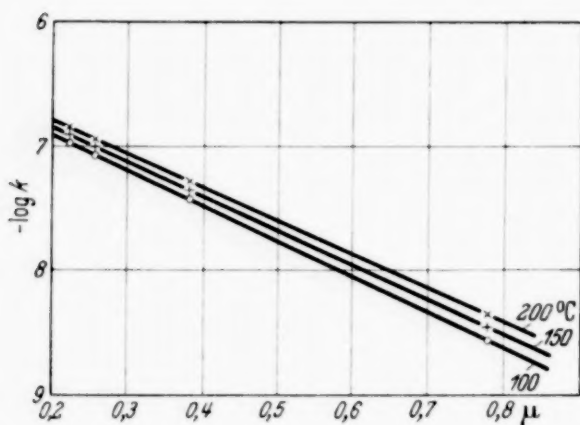


Fig. 3. Abhängigkeit der spezifischen Leitfähigkeit von der Schichtdicke bei Längsleitung.

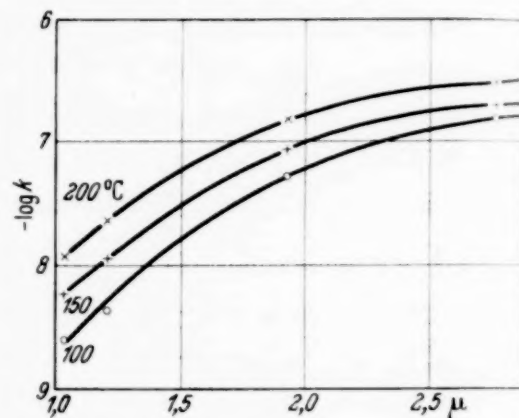


Fig. 4. Abhängigkeit der spezifischen Leitfähigkeit von der Schichtdicke bei Querleitung.

eine kleinere spezifische Leitfähigkeit vorgetäuscht wird. Die Elektrode bedeckt bei Querleitung die Schicht. Diese wird also bei dem Aufdampfen der Silberelektrode nochmals erwärmt und da Silber einen anderen Temperaturausdehnungskoeffizienten hat als NaCl-Kristall, kommen die kleinen Kriställchen unter eine mechanische Spannung.

Es ist vielleicht auch noch in Betracht zu ziehen, daß die Schicht in Längs- und Querriechung wirklich eine Struktur hat. Zur Klarstellung der Frage sind weitere Versuche im Gange.

Der Kurvenverlauf bei Querleitung in Fig. 4 scheint darauf hinzuweisen, daß die Leitfähigkeit von 2,5  $\mu$  Schichtdicke an allmählich von den Schichtdicken unabhängig wird.

Es wurden auch Temperungsversuche ausgeführt, jedoch nur bei  $\sim 300$  bis  $400^\circ \text{C}$ . Bei Längsleitung ist eine Wirkung festgestellt worden; es scheinen die Knickpunkte bei  $\sim 220^\circ \text{C}$  zu verschwinden. Es zeigen sich aber störende sekundäre Wirkungen, hauptsächlich bei Querleitung, bei der im Kontakt Unregelmäßigkeiten auftreten.



*Zusammenfassung.*

1. Es wurde die elektrische Leitfähigkeit von aufgedampften dünnen NaCl-Schichten in Längs- und Querrichtung gemessen.

2. Die Schichten haben bedeutend größere spezifische Leitfähigkeit, als Pastillen und Einkristalle.

3. Es scheinen im Tieftemperaturintervall auch mehrere Ionenarten vorzuliegen (Knicke in der Temperaturgeraden).

4. Es scheint eine starke Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Schichtdicke vorhanden zu sein, welche bei Längs- und Querleitung entgegengesetzt ist. Es wird auf die verschiedenen Faktoren, die hier mitwirken, hingewiesen.

Die Messungen wurden in dem Exp. Phys. Institut der Kgl. Ung. Franz-Josef-Universität ausgeführt. Herrn Prof. P. Fröhlich möchte ich für die Überlassung der Apparate und Prof. Z. Gyulai aus Debrecen für die Anregung und das Interesse während der Ausführung der Versuche auch an dieser Stelle herzlichst danken.

Die Untersuchungen wurden von der Rockefeller-Stiftung in dankenswerter Weise unterstützt.

*Szeged* (Ungarn), Exp. Phys. Institut der Universität, Oktober 1937.

## Über das Spektrum Hg I.

Von **K. Murakawa** in Tokio.

(Eingegangen am 26. Oktober 1937.)

In Hg I wurde eine neue Serie aufgefunden, welche dem Übergang vom Term  $md\ 3,1D$  zu einem neuen Term  $5d^9 6s^2 6p\ ^3D_3$  entspricht. Über die Lage des Terms  $5d^9 6s^2 6p\ ^1F_3$  wurden einige Bemerkungen gemacht.

Das Spektrum Hg I im Infrarot ist schon von zahlreichen Autoren untersucht worden<sup>1-6</sup>). Die von ihnen gemachten Aufnahmen scheinen jedoch dazu nicht auszureichen, alle schwachen Linien in diesem Gebiet erschöpfend zu vermessen.

Ich habe jetzt durch eine langfristige Aufnahme des Spektrums Hg I im Infrarot eine Anzahl neuer Linien erhalten. Der dazu benutzte Spektrograph bestand aus einem mit einer Zeiss'schen Linse ( $f = 50$  cm, Durchm. = 10,4 cm) versehenen metallischen Plangitter. Die Geister, welche von der starken Linie  $\lambda\ 10139,80$  ( $6\ ^1P_1 - 7\ ^1S_0$ ) herrühren, wurden sorgfältig eliminiert.

Die in der Tabelle 1 angegebenen Linien bilden anscheinend eine Serie, welche zur Feststellung des neuen Terms  $5d^9 6s^2 6p\ ^3D_3 = 11064,9$  führt. Dabei ist der Termwert an die von Walerstein<sup>7</sup>) gegebene Termskala angeschlossen.

Die Kombination  $d^9 s^2 p\ ^3D_3 - 11\ ^3D_3$  ist bei  $\lambda\ 10715,2\ \text{\AA}$  zu erwarten, sie ist jedoch von der starken Linie  $\lambda\ 10715,49$  ( $d^9 s^2 p\ ^3P_2 - 9\ ^3S_1$ ) verschleiert.

Die berechneten Wellenlängen der niederen Glieder der neuen Serie sind in der Tabelle 2 angegeben, aus der ersichtlich ist, daß sie von mir nicht gefunden werden konnten, weil sie in dem Gebiet liegen, welches den photographischen Platten nicht zugänglich ist.

<sup>1</sup>) T. Volk, Tübinger Dissertation, 1914. — <sup>2</sup>) Mc Alister, Phys. Rev. **34**, 1142, 1929. — <sup>3</sup>) T. Takamine u. T. Suga, Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. Tokio **13**, 1, 1930. — <sup>4</sup>) F. Paschen, Ann. d. Phys. **6**, 47, 1930. — <sup>5</sup>) K. Murakawa, Proc. Phys.-Math. Soc. Japan **17**, 14, 1935; **18**, 345 u. 564, 1936. — <sup>6</sup>) G. Wiedmann u. W. Schmidt, ZS. f. Phys. **106**, 273, 1937. — <sup>7</sup>) I. Walerstein, Phys. Rev. **46**, 874, 1934.

Tabelle 1.

Intensität	$\lambda_{\text{Luft}}$	$\nu_{\text{Vak.}}$	Termkombination
0,2	11 391,9	8 775,8	$d^9 s^2 p \ ^3D_3 - 10 \ ^1D_2$
0,5	11 374,4	8 789,3	„ — $10 \ ^3D_2$
1	11 368,0	8 794,3	„ — $10 \ ^3D_3$
0,3	10 730,2	9 317,0	„ — $11 \ ^1D_2$
0,5	10 719,0	9 326,7	„ — $11 \ ^3D_2$
0,5	10 320,8	9 686,5	„ — $12 \ ^1D_2$
0,5	10 313,9	9 693,0	„ — $12 \ ^3D_2$
1	10 310,8	9 696,1	„ — $12 \ ^3D_3$
0,5 d	10 041,0	9 956,5	„ — $13 \ ^3D_3$
0 d	9 849,7	10 149,8	„ — $14 \ ^3D_3$
0 d	9 709,5	10 296,4	„ — $15 \ ^3D_3$

Tabelle 2.

Termkombination	$\lambda$ (ber.)	$\nu$ (ber.)
$6 \ ^3D_3 - d^9 s^2 p \ ^3D_3$	59 236,1	1687,7
$d^9 s^2 p \ ^3D_3 - 7 \ ^3D_3$	24 928,4	4010,4
„ — $8 \ ^3D_3$	15 185,9 *)	6583,3 *)
„ — $9 \ ^3D_3$	12 550,3	7965,8

\*) Beobachtungen von McAlister (siehe Fußnote 2, S. 168):  $\lambda$  15182 (Int. 0,5)  $\nu$  6585.

Bekanntlich spielen bei der Diskussion der Störung im Spektrum Hg I die Terme aus der Konfiguration  $5 d^9 6 s^2 6 p$  eine wichtige Rolle. Es fragt sich nun, wo der noch nicht gefundene Term  $d^9 s^2 p \ ^1F_3$  liegt. Aus den in der Tabelle 3 gegebenen effektiven Quantenzahlen von  $^3F_3$  und  $^1F_3$  ist ersichtlich, daß weder  $^3F_3$  noch  $^1F_3$  merklich gestört ist. Das bedeutet wohl, daß der in Frage kommende Term nahe der Seriengrenze (d. h. dem Grundterm von Hg II) liegt.

Tabelle 3. Termwerte<sup>1)</sup> und effektive Quantenzahlen.

$m$	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$m \ ^3F_3$	6944,7	4439,1	3079,5	2259,8	1728,9	1364,3	1104,0	912,2	766,1
$n^*$	3,9749	4,9720	5,9694	6,9685	7,9670	8,968	9,971	10,971	11,969
$m \ ^1F_3$	6942,6	4438,8	3077,6	2258,8	1728,8	1363,7	1103,7	910,7	765,4
$n^*$	3,9757	4,9721	5,9713	6,9702	7,9674	8,971	9,971	10,977	11,974

<sup>1)</sup> Die Termwerte wurden meiner früheren Abhandlung entnommen. Der Wert für  $6 \ ^1F_3$  wurde jetzt aus der Linie  $\lambda$  11884,8.  $\nu$  8412,0 ( $6 \ ^1D_2 - 6 \ ^1F_3$ ) neu bestimmt.

Sämtliche Terme aus der Konfiguration  $5d^9 6s^2 6p$  sind im folgenden zusammengestellt. Alle nach der Grenze  ${}^2D_{5/2}$  konvergierende Terme sind jetzt bekannt:

$$\begin{aligned} ({}^2D_{5/2}) {}^3F_4 &= 7238,5, & ({}^2D_{3/2}) {}^3F_3, {}^3F_2 &= ? \\ ({}^2D_{5/2}) {}^3D_3 &= 11064,9, & ({}^2D_{3/2}) {}^3D_2 &= ? & ({}^2D_{3/2}) {}^3D_1 &= -9561,^1) \\ ({}^2D_{5/2}) {}^3P_2 &= 15297,3, & ({}^2D_{3/2}) {}^3P_1 &= -4586, & ({}^2D_{3/2}) {}^3P_0 &= ? \\ ({}^2D_{5/2}) {}^1F_3 &\sim 0 (?), & ({}^2D_{5/2}) {}^1D_2 &= 5507,4, & ({}^2D_{5/2}) {}^1P_1 &= 5371,0. \end{aligned}$$

Zum Schluß möchte ich meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. T. Kobayasi für sein Interesse an dieser Arbeit meinen aufrichtigen Dank sagen.

Komaba (Tokio), Aeronautical Research Institute, Imperial University,  
den 2. Oktober 1937.

<sup>1)</sup> Aus der Angabe von H. Beutler (ZS. f. Phys. **86**, 710, 1933) berechnet.



## Untersuchungen über die Druckabhängigkeit und über Sekundäreffekte der Ionisation durch Ultrastrahlung.

Von **Bernhard Vinzelberg** in Halle a. d. S.

Mit 16 Abbildungen. (Eingegangen am 2. November 1937.)

Mit einer Ionisationskammer von 20,5 Liter Inhalt, die mit Preßluft gefüllt war, wurden Untersuchungen über die Druckabhängigkeit der Ionisation durch Ultrastrahlung in dem Bereich von Normaldruck bis 37 Atm. durchgeführt. Die Messungen ergaben, daß sich die Ionisation aus zwei Komponenten, einer energiereichen Primärstrahlung und einer energieärmeren Sekundärstrahlung, die in den Kammerwandungen ausgelöst wird, zusammensetzt. Durch Berücksichtigung der auf rechnerischem Wege erhaltenen Restionisation der verwendeten Ionisationskammer und des Sättigungsgrades der Kammerspannung konnte ein eindeutiger Verlauf der Ionisationsstrom-Druckkurven gegeben werden. — Die Druckabhängigkeit der Ionisation durch Ultrastrahlung ist von der durch  $\gamma$ -Strahlung in dem untersuchten Druckbereich bis 37 Atm. verschieden. — Durch Verwendung von Absorptionsmaterialien (Blei, Aluminium, Eisen) in der Druckkammer konnte die Bildung einer Sekundärstrahlung von geringer Energie nachgewiesen werden. Reichweite und Intensität der ausgelösten Sekundärstrahlung ergaben bei den einzelnen Absorptionsmaterialien ein grundsätzlich verschiedenes Bild.

*Einführung.* Nach den Untersuchungen der meisten Autoren setzt sich der Ionisationsstrom durch Ultrastrahlung in geschlossenen Ionisationskammern aus zwei Komponenten, einer energiereichen Primärstrahlung und einer energieärmeren Sekundärstrahlung, zusammen. Solange die Reichweite der ionisierenden Teilchen (primärer und sekundärer Art) groß gegen die Kammerdimension ist, sollte man ein proportionales Ansteigen des Ionisationsstromes mit dem Druck erwarten. Die Versuche zeigten aber<sup>1)</sup>, daß die Ionisation langsamer als der Druck ansteigt. Die Gesamtionisation rührt im wesentlichen von den Sekundärteilchen<sup>2)</sup> her, die in den Kammerwandungen ausgelöst werden und deren Reichweite von einem bestimmten Druck an kleiner als die Höhe der Ionisationskammer wird. Unterhalb eines bestimmten Druckes durchdringen sämtliche Teilchen die in der Kammer befindliche Luftmenge, oberhalb des Druckes beginnen dagegen die Sekundärteilchen sich im Füllgas totzulaufen. Aus dieser Tatsache geht hervor, daß Größe, Form und Aufstellung der Ionisationskammer für den Verlauf der Strom-Druckkurve mitbestimmend sind.

<sup>1)</sup> E. Steinke, ZS. f. Phys. **48**, 647, 1928; G. Hoffmann, ebenda **69**, 703, 1931; R. A. Millikan u. I. S. Bowen, Nature **128**, 582, 1931; I. W. Broxon, Phys. Rev. **42**, 321, 1932; B. Gross, ZS. f. Phys. **78**, 271, 1932; W. Messerschmidt, ebenda **78**, 668, 1932; **103**, 18, 1936. — <sup>2)</sup> I. W. Broxon, Phys. Rev. **37**, 1320, 1931; A. H. Compton, ebenda **38**, 1565, 1931.

Eine Sekundärstrahlbildung im Gase selbst tritt praktisch nicht in Erscheinung. Die geringe Ionisationsstromzunahme bei höheren Drucken läßt sich deshalb nicht allein dem eintretenden Sättigungsdefizit zuschreiben<sup>1)</sup>. Ferner ist bei den meisten bisher vorliegenden Messungen die Restionisation der verwendeten Ionisationskammer, die durch die in jedem Stoff in geringen Spuren enthaltenen radioaktiven Beimengungen hervorgerufen wird, nicht berücksichtigt worden. Gerade der Reststrom beträgt bei kleinen Drucken auch unter Anwendung größter Vorsicht beim Zusammenbau der Kammer ein Vielfaches des Ionisationsstromes, der durch die Ultrastrahlung bedingt ist. Er muß deshalb, um einen eindeutigen Verlauf der Ionisationsstrom-Druckkurve zu gewährleisten, bestimmt und von dieser in Abzug gebracht werden. Das Ziel der vorliegenden Arbeit gilt Untersuchungen der Druckabhängigkeit des Ionisationsstromes in Luft in einem Bereich bis 37 Atm. und der aus verschiedenen dem Füllgas benachbarten Metallen ausgelösten Sekundärstrahlung. Verbunden sind diese Untersuchungen zwangsläufig mit einer genauen Bestimmung des Reststromes.

### *I. Apparaturbeschreibung.*

Eine Ionisationskammer der hallischen Ultrastrahlungsapparatur<sup>2)</sup> wurde im Dachgeschoß des Physikalischen Institutes aufgestellt und nur durch ein Holzdach nach außen abgeschlossen. Um die Messungen bei konstanter Zimmertemperatur vorzunehmen, wurde eine automatische Gasheizung verwendet, bei der die Gaszufuhr zum Gasofen durch ein Bimetallkontaktthermometer geregelt wurde. Auf diese Weise konnte die Temperatur im Meßraum auf 20° C konstant gehalten werden.

Als Ladungsmeßinstrument diente das vereinfachte Hoffmannsche Duantenelektrometer in der von Messerschmidt<sup>3)</sup> angegebenen Schaltung. Die Spannungsempfindlichkeit betrug bei einer Duantenspannung von  $\pm 20$  Volt 1 mV/mm, die Ladungsempfindlichkeit 150000 EQ./mm. Die Messung geschah mit der Nullmethode<sup>3)</sup> bei direkter Ablesung.

### *II. Messung der Ionisationsstrom-Druckabhängigkeit und die Ermittlung des Reststromes.*

Nach den Messungen von Pfundt<sup>4)</sup>, Körner<sup>5)</sup> und Messerschmidt<sup>6)</sup> setzt sich die Restionisation aus zwei Komponenten, den  $\alpha$ - und den

<sup>1)</sup> A. H. Compton, Phys. Rev. **39**, 873, 1932. — <sup>2)</sup> W. S. Pforte, ZS. f. Phys. **65**, 92, 1930. — <sup>3)</sup> W. Messerschmidt, ebenda **81**, 84, 1932. — <sup>4)</sup> P. Pfundt, ebenda **85**, 439, 1933. — <sup>5)</sup> E. Körner, ebenda **85**, 442, 1933. — <sup>6)</sup> W. Messerschmidt, ebenda **103**, 18, 1936.

$\beta$ -Strahlen, die infolge radioaktiver Beimengungen im Kammerwandmaterial entstehen, zusammen. Der von den  $\alpha$ -Strahlen herrührende Ionisationsanteil überwiegt bei kleinen Drucken, verschwindet aber bei Erhöhung des Druckes wegen der Abnahme der  $\alpha$ -Strahlreichweite und der damit verbundenen starken Wiedervereinigung. Es bleibt nur noch der von den  $\beta$ -Strahlen herrührende Ionisationsanteil übrig. Die von den Autoren erhaltenen Kurven sinken daher bis zu Drucken von 1 Atm. rasch ab, um dann allmählich einem konstanten Wert zuzustreben. Von 10 Atm. an ist die Restionisation konstant und beträgt nach den Messungen von Messerschmidt im Bergwerk (l. c.) für die zu diesen Untersuchungen benutzte Ionisationskammer  $2,3 \text{ I/cm}^3 \text{ sec}$ .

Mit der beschriebenen Apparatur wurde die Druckabhängigkeit der Ionisation bei Bleipanzerungen von 5 und 15 cm Stärke aufgenommen. Gearbeitet wurde in dem Druckbereich von Normaldruck bis 10 Atm. (die Angabe des Druckes bezieht sich immer auf die gesamte Gasmenge, umgerechnet auf  $0^\circ \text{C}$ ). Die Kurven 2 und 3 der Fig. 1 sind die erhaltenen

Ionisationskurven der Ultrastrahlung. Diese geben den wahren Verlauf der Kurven noch nicht wieder, da der Reststrom erst berechnet und in Abzug gebracht werden muß. Da der Reststrom erfahrungsgemäß von 10 Atm. an konstant ist, läßt er sich nach dem von Messerschmidt<sup>3)</sup> angegebenen Verfahren aus dem Verhältnis beider Druckkurven berechnen. Der rechnerisch erhaltene Wert der Restionisation beträgt  $2,3 \text{ I/cm}^3 \text{ sec}$ , stimmt also mit dem von Messerschmidt im Bergwerk gemessenen überein. Die errechnete Kurve der Restionisation (Kurve 4, Fig. 1) gleicht der von Pfundt und Messerschmidt beobachteten. Der durch  $\alpha$ -Strahlen hervorgerufene Anteil des Reststromes ist durch die Anwendung einer höheren Netzspannung etwas größer als bei Messerschmidt (l. c.).

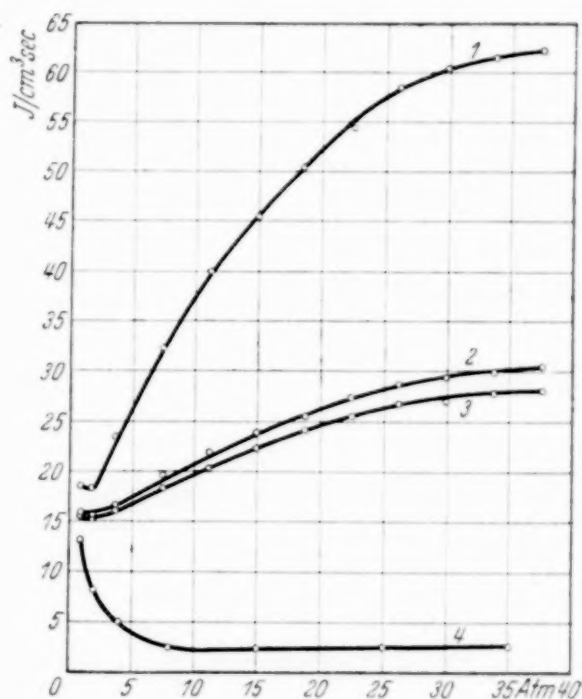


Fig. 1. Druckabhängigkeit der Ionisation.

Kurve 1:  $\gamma$ -Strahlung, 5 cm Bleipanzer.

Kurve 2: Ultra-Strahlung, 5 cm Bleipanzer.

Kurve 3: Ultra-Strahlung, 15 cm Bleipanzer.

Kurve 4: Restionisation der Kammer.

Kurve 1, Fig. 1, stellt eine zum Vergleich aufgenommene Kurve der  $\gamma$ -Strahlung dar. Zu diesem Zweck wurde ein Präparat von 0,5 mg Radium

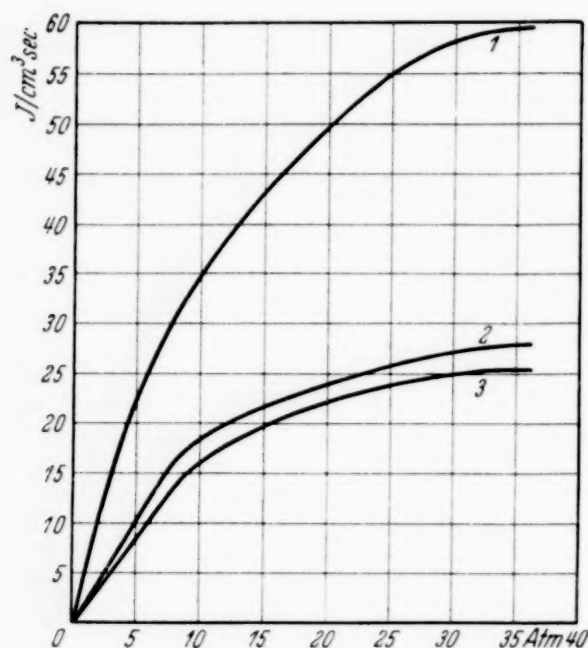


Fig. 2. Druckabhängigkeit der Ionisation ohne Restionisation.

Kurve 1:  $\gamma$ -Strahlung, 5 cm Bleipanzer.

Kurve 2: Ultra-Strahlung, 5 cm Bleipanzer.

Kurve 3: Ultra-Strahlung, 15 cm Bleipanzer.

senkrecht über der Kammer, die mit einem 5 cm-Bleipanzer versehen war, angebracht. Der mittlere Fehler der einzelnen Meßpunkte der Kurven 1, 2 und 3 der Fig. 1 beträgt  $\pm 2,7$ ,  $\pm 3$  und  $3,8\%$ .

Fig. 2 enthält die Druckkurven nach Abzug der Restionisation.

Die beiden Ionisationskurven der Ultrastrahlung (Kurve 2 und 3) steigen bis zu Drucken von 8 Atm. linear an, bei etwa 10 Atm. setzt eine schwache Krümmung ein. Ganz anders verhält sich dagegen die Ionisationskurve der  $\gamma$ -Strahlung, sie verläuft unter gleich-

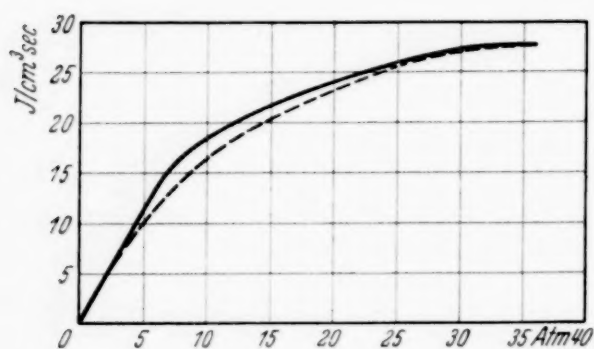


Fig. 3. Ultra- und  $\gamma$ -Strahlionisationskurven nach Abzug der Restionisation und Gleichsetzen der Endintensitäten bei 36 Atm.

— Ultrastrahlung, - - -  $\gamma$ -Strahlung.

mäßiger Krümmung. Nach den Messungen von Hoffmann und Lindholm<sup>1)</sup>, Steinke und Schindler<sup>2)</sup>, Gross<sup>3)</sup> und Clay<sup>4)</sup> wurde immer derselbe Verlauf der Ultra- und  $\gamma$ -Strahlionisationskurve gefunden. Es ist aber bei diesen Messungen die Restionisation der Kammer nicht berücksichtigt und in Abzug gebracht worden. Durch Gleichsetzen der Endintensitäten bei 36 Atm. (siehe Fig. 3) tritt dieser Unterschied der Ultra- und  $\gamma$ -Strahlung noch besser hervor. Beide Kurven fallen nicht zusammen, es besteht eine sichtbare Verschiedenheit zwischen beiden Kurven.

<sup>1)</sup> G. Hoffmann u. F. Lindholm, Gerlands Beitr. z. Geophys. **20**, 12, 1928; **22**, 23, 1928. — <sup>2)</sup> E. Steinke u. H. Schindler, Naturwissensch. **20**, 15, 1932. — <sup>3)</sup> B. Gross, ZS. f. Phys. **78**, 271, 1932. — <sup>4)</sup> J. Clay, Physica **2**, 811, 1935.



Dieser Unterschied des Ionisationsstromes durch Ultra- und  $\gamma$ -Strahlung wurde bisher nur von Messerschmidt (l. c.) und Juilfs und Masuch<sup>1)</sup> beobachtet. Letztere finden bei ihren Messungen der Ionisierungsstärken in verschiedenen Gasen, daß die Ionisation durch  $\gamma$ -Strahlung in stärkerem Maße erfolgt, als der Dichte entsprechen würde. Zusammenfassend ist zu sagen, daß der Unterschied beider Strahlenarten dadurch zustande kommt, daß bei den von der  $\gamma$ -Strahlung gebildeten Sekundärstrahlen keine bestimmte Reichweite vorhanden ist.

### III. Spannungsabhängigkeit der Ionisation durch Ultrastrahlung.

Auch nach Abzug der Restionisation liefern die erhaltenen Druckionisationskurven noch kein wahres Bild der Ultrastrahlung, da bei der

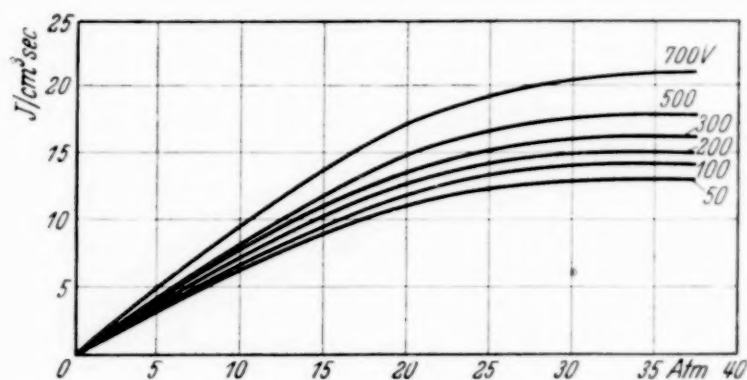


Fig. 4. Spannungsabhängigkeit der Ionisation durch Ultrastrahlung.

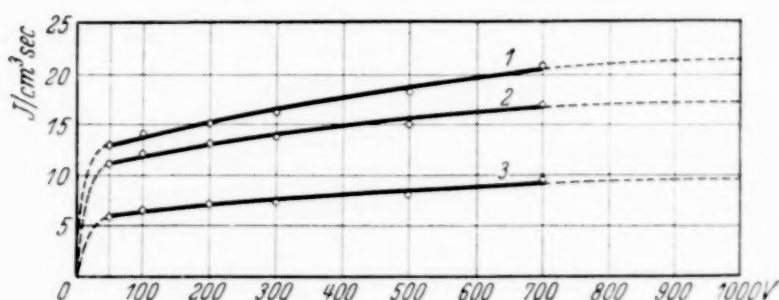


Fig. 5. Spannungsabhängigkeit der Ionisation durch Ultrastrahlung. Kurve 1 bei 37 Atm., Kurve 2 bei 20 Atm. und Kurve 3 bei 10 Atm.

benutzten Kammeranspannung von 700 Volt keine vollständige Sättigung herrscht. Bei der Ultrastrahlung liegen bisher Messungen, bei denen eine Variation der Feldstärke vorgenommen wurde, noch nicht in ausreichendem Maße vor. Zieht man zum Vergleich die Stromdruckkurven der Ra- $\gamma$ -Strahlung von Erikson<sup>2)</sup> heran, so findet man, daß vollständige Sättigung erst bei sehr hohen Feldstärken auftritt.

<sup>1)</sup> J. Juilfs u. V. Masuch, ZS. f. Phys. **104**, 4, 1936. — <sup>2)</sup> H. A. Erikson, Phys. Rev. **27**, 473, 1908.

Fig. 4 zeigt die Kurven der Druckabhängigkeit des Ionisationsstromes der Ultrastrahlung bei einem allseitigen Panzer von 20 cm Stärke (10 cm Eisen + 10 cm Blei) und einer Änderung der Feldspannung von 50 bis 700 Volt, während in Fig. 5 die Spannungsabhängigkeit für drei Drucke wiedergegeben ist. Es ergibt sich für eine Kammerspannung von 700 Volt, bei der alle übrigen Untersuchungen vorgenommen wurden, bei 37 Atm. eine Sättigung von 93%. Vollständige Sättigung wird mit der benutzten zylindrischen Kammer bei ungefähr 1400 Volt erreicht sein.

#### IV. Sekundärstrahleffekte der Ultrastrahlung.

Nach den Zählrohruntersuchungen von Rossi<sup>1)</sup> erzeugt die Ultrastrahlung beim Durchgang durch Materie eine Sekundärstrahlung, deren Intensität mit zunehmender Dicke der über den Zählrohren angebrachten Materialien einem Maximum zustrebt. Nach Hoffmann<sup>2)</sup> konnte auch Schindler<sup>3)</sup> zeigen, daß beim Übergang von einem Schwächungsmittel zum anderen sogenannte Übergangseffekte auftreten, die durch die Ultrastrahlung selbst ausgelöst werden. Dieser Schindlersche Ionisationsanstieg würde beispielsweise in einer Stahlionisationskammer von 1 cm Wandstärke nur noch schwach feststellbar sein [vgl. hierzu Messerschmidt<sup>4)</sup>], da hierbei der größte Teil der weichen Strahlungskomponenten die Kammerwandungen nicht mehr durchdringen kann.

Aus diesem Grunde wurden die zu untersuchenden Stoffe: Blei, Aluminium und Eisen in geringem Abstand vom Meßraum im Innern der Kammer eingebaut (Fig. 6). Die Absorberbleche, deren Stärke von 0 bis 5 cm verändert wurde, lagen auf einem Ring von Isolationsmaterial und hatten einen Abstand von 1 cm vom Schutznetz.

*1. Untersuchungen an Blei.* Es wurden die Druckionisationskurven in der vorher beschriebenen Art bei einem Außenpanzer von 5 cm Blei und einer Änderung der Stärke der absorbierenden Schichten im Innern der Bombe 1, 2, 3 und 5 cm Blei aufgenommen. Aus diesen Ionisationskurven und aus der Kurve ohne Innenpanzer wurden nun jeweils bei 10, 20, 30 und 37 Atm. die Stromwerte herausgegriffen und in Abhängigkeit von der Stärke der absorbierenden Schicht im Innern der Bombe aufgetragen. Die Restionisation wurde von den gemessenen Kurven in Abzug gebracht. Fig. 8 zeigt das Ergebnis.

<sup>1)</sup> B. Rossi, ZS. f. Phys. **68**, 64, 1931; **82**, 151, 1933. — <sup>2)</sup> G. Hoffmann, Ann. d. Phys. **82**, 413, 1927. — <sup>3)</sup> H. Schindler, ZS. f. Phys. **72**, 625, 1931. — <sup>4)</sup> W. Messerschmidt, ebenda **78**, 668, 1932.

Das Einbringen von 1 cm Blei in die Bombe bedingt keine Schwächung, sondern ein Anwachsen der Gesamtionisation. Es wird also durch die Primärstrahlung im Blei eine weiche Sekundärstrahlung ausgelöst, deren weicher Charakter seinen eindeutigen Beweis durch die Zunahme der Ionisation von größeren Drucken (Kurve 1, 37 Atm.) zu kleineren Drucken (Kurve 4, 10 Atm.) findet. Würde es sich um eine harte Sekundärstrahlung handeln, so dürfte die Zunahme des Ionisationsstromes nach Einbringen von 1 cm Blei bei einer Änderung des Druckes keinerlei Veränderung erfahren. Die Größe der Zunahme der Gesamtionisation beträgt gegenüber der Ionisation ohne den Innenpanzer bei 10 Atm. 16,6%, bei 20 Atm. 8,8%, bei 30 Atm. 4,8% und bei 37 Atm. 4,4%. Nach Einbringen eines weiteren cm Blei tritt eine Schwächung des Ionisationsstromes auf, die Kurve hat also bei einer Stärke des Innenpanzers von 1 cm Blei ihren maximalen Wert erreicht. Mit anderen Worten: Die Sekundärstrahlen oder wenigstens ein Teil der Sekundärstrahlen werden in dem Füllgas und z. T. auch schon im Blei absorbiert. Ihre Energie ist nur noch bei kleinen Drucken groß genug, um gegen das Füllgas anzulaufen, denn bei 10 Atm. beträgt jetzt die Gesamtionisation noch 12,8% mehr als die Ionisation ohne den Innenpanzer, während sie bei 20 Atm. um 4,2% größer ist. Bei 30 und 37 Atm. ist die Gesamtionisation kleiner als die ohne den Innenpanzer, hier bilden die Sekundärstrahlen nur noch einen kleinen Anteil zur Gesamtionisation. Eine weitere Verstärkung des Innenpanzers bedingt, wie erwartet, eine weitere Schwächung des Ionisationsstromes. Es ist aber bemerkenswert, daß bei einer Schichtdicke von 3 cm Blei und einem Druck von 10 Atm. die Gesamtionisation noch um 5,9% größer ist als die ohne den Innenpanzer.

Nach Verstärkung des Außenpanzers um 10 cm Blei erhält man die Druckionisationskurven der Fig. 9.

Aus diesen Kurven und aus der Kurve ohne Innenpanzer wurden nun genau wie früher bei 10, 20, 30 und 37 Atm. die Stromwerte herausgegriffen

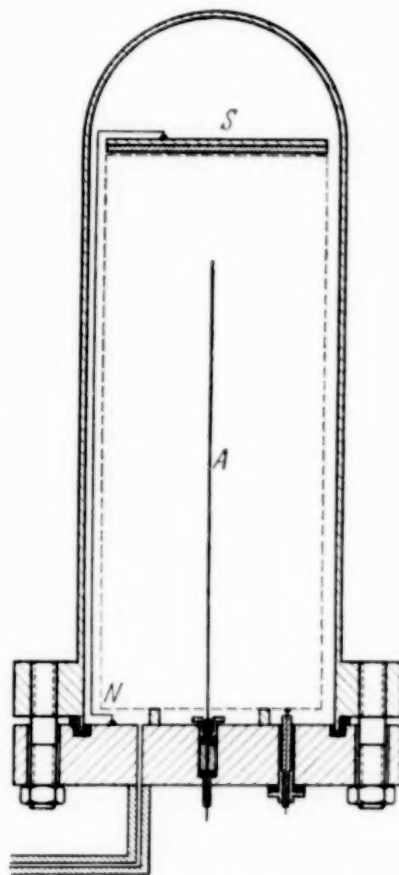


Fig. 6. Aufriß der Ionisationskammer mit einer absorbierenden Schicht über dem Schutznetz.

und in Abhängigkeit von der Schichtdicke im Innern der Bombe aufgetragen.

Bei hohen Drucken (Kurve 1, 37 Atm., Kurve 2, 30 Atm.) tritt gewöhnliche Absorption der Primärstrahlung auf, da durch die stärkere Vorfilterung der Primärstrahlung die Intensität der Sekundärstrahlung kleiner geworden ist. Ihre Reichweite ist so klein, daß die Strahlen erst bei einem Druck von 10 Atm. in Erscheinung treten können, denn hier ist die Gesamtionisation noch um 13,2% größer als die Ionisation ohne den Innenpanzer.

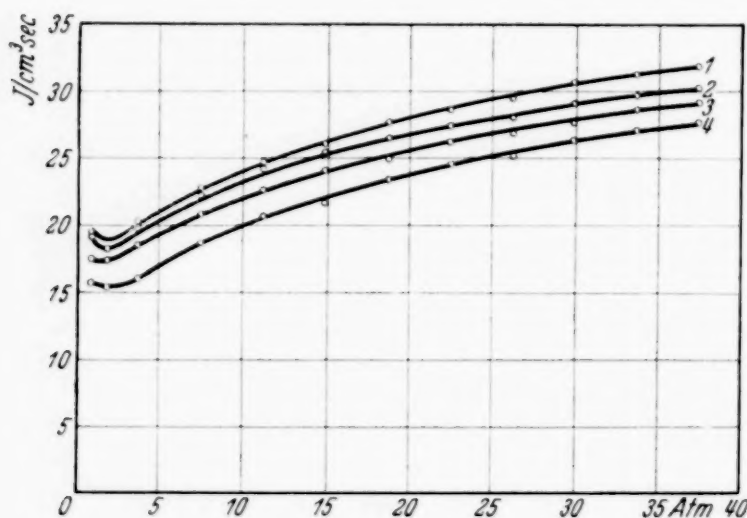


Fig. 7. Ionisationskurven bei einem Außenpanzer von 5 cm Blei und einem Innenpanzer von 1, 2, 3 und 5 cm Blei.

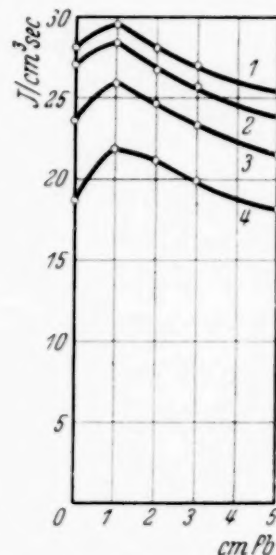


Fig. 8. Sekundärstrahlung bei einem Außenpanzer von 5 cm Blei und einer Änderung der Schichtdicke im Innern der Bombe von 0, 1, 2, 3 und 5 cm Blei. Kurve 1 bei 37 Atm., Kurve 2 bei 30 Atm., Kurve 3 bei 20 Atm. und Kurve 4 bei 10 Atm.

Die Reichweite der Sekundärstrahlen läßt sich aus der Fig. 10 größenordnungsmäßig angeben. Bei 20 Atm. ist nach Einbringen des ersten cm Blei noch ein schwacher Ionisationsanstieg feststellbar, während bei 30 Atm. der Sekundärstrahlung keinerlei Anteile zum Ionisationsstrom mehr zugeschrieben werden können, d. h. die Reichweite muß kleiner als der 30fache und größer als der 20fache Abstand zwischen der absorbierenden Schicht im Innern der Bombe und dem Netz sein. Die Reichweite der Sekundärstrahlen beträgt also in Normaldruck wenigstens 20 cm (20 Atm.  $\times$  1 cm Netzabstand). Daß der Ionisationsanstieg nicht radioaktiven Verunreinigungen der absorbierenden Schichten im Innern der Bombe zugeschrieben werden kann, sondern allein durch die Auslösung der Sekundärstrahlung bedingt ist, geht daraus hervor, daß bei einem Außenpanzer von 15 cm Blei die Se-



kundärstrahlung nur noch bei kleinen Drucken auftritt. Würde es sich um eine radioaktive Verunreinigung handeln, so müßte der Ionisationsanstieg analog dem des 5 cm-Bleiaußenpanzers der Fig. 8 erfolgen. Zu-

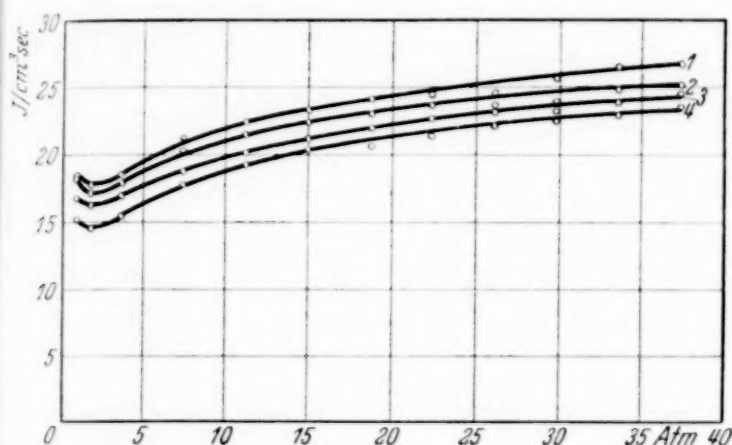


Fig. 9. Ionisationskurven bei einem Außenpanzer von 15 cm Blei und einer Veränderung des Innenpanzers von 1, 2, 3 und 5 cm Blei.

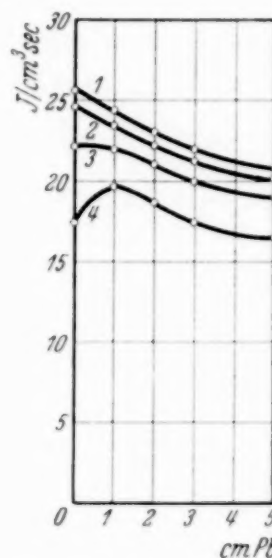


Fig. 10. Sekundärstrahlung bei einem Außenpanzer von 15 cm Blei und einer Veränderung der Schichtdicke im Innern der Bombe von 0, 1, 2, 3 und 5 cm Blei. Parameter wie früher.

sammenfassend ist zu sagen, daß die Auslösung der Sekundärstrahlung im Blei durch eine weichere Komponente als die mittlere Strahlungshärte hervorgerufen wird.

**2. Aluminium.** Die Untersuchungen wurden jetzt an einem Stoff mit kleinerem Atomgewicht, dem Aluminium, fortgeführt, und zwar wurden die Schichtdicken im Innern der Bombe von 0 bis 5 cm Aluminium variiert, während der Außenpanzer über der Kammer 0, 5 und 15 cm Blei betrug.

Auch bei Aluminium wird wie bei Blei nach Einbringen des ersten cm durch die Primärstrahlung eine weiche Sekundärstrahlung ausgelöst. Die Zunahme der Gesamtionisation gegenüber der Ionisation ohne den Innenpanzer beträgt bei 10  $\text{Atm}$ . 4,1%, bei 20  $\text{Atm}$ . 4,4%, bei 30  $\text{Atm}$ . 4,9% und bei 37  $\text{Atm}$ . 5,8%. Die mittlere Reichweite der Sekundärstrahlen muß etwas größer sein als die der ionisierenden Strahlung ohne den Innenpanzer, da sich bei einer Druckerhöhung von 10 auf 37  $\text{Atm}$ . die Ionisation durch die Sekundärstrahlung fast verdoppelt, während die Ionisation ohne den Innenpanzer nur um das 1,5fache ansteigt. Dies besagt, daß die Reichweite der Sekundärstrahlung bei Aluminium größer als die Kammer-

dimension ist, mindestens 15 bis 20 m, also damit weit größer als bei Blei. Das Einbringen von weiteren cm Aluminium bedingt normale Absorption. Bei einem allseitigen Außenpanzer von 5 cm Blei erhält man die Kurven der Fig. 12. Auch hier ist der Effekt noch vorhanden, er ist aber durch die Schwächung der Primärintensität etwas kleiner geworden. Immerhin beträgt die Gesamtionisationsstromzunahme nach Einbringen des ersten cm Aluminium gegenüber der Ionisation ohne den Innenpanzer bei 10 Atm. 1,3%, bei 20 Atm. 1,7%, bei 30 Atm. 2% und bei 37 Atm. 1,1%. Auch

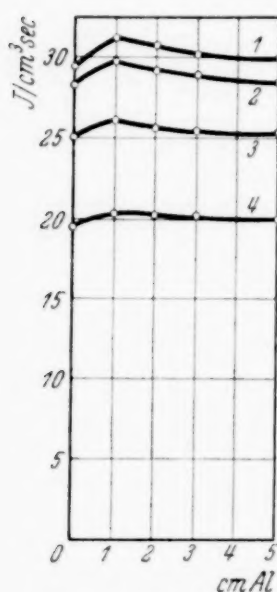


Fig. 11.

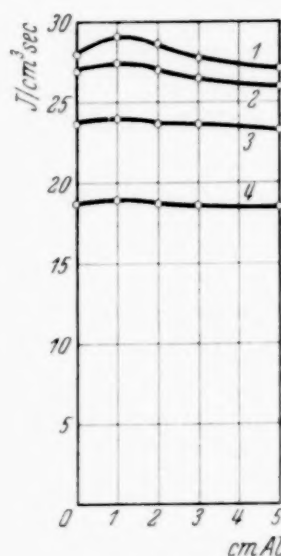


Fig. 12.

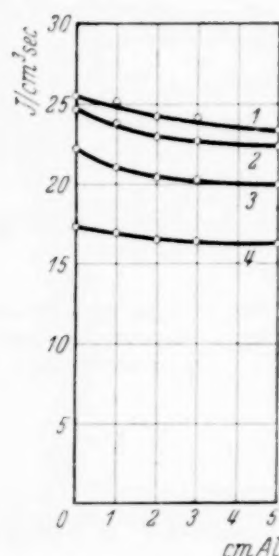


Fig. 13.

Sekundärstrahlung aus Aluminium. Änderung der Absorberdicke im Innern der Bombe von 0 bis 5 cm Aluminium. Parameter wie früher.

Fig. 11, ohne Außenpanzer über der Kammer.

Fig. 12, 5 cm Außenpanzer über der Kammer.

Fig. 13, 15 cm Außenpanzer über der Kammer.

hier geht wieder aus dem doppelten Anwachsen der Ionisationswirkung durch die Sekundärstrahlung hervor, daß die mittlere Reichweite größer sein muß als die der anderen ionisierenden Strahlung ohne den Innenpanzer. Die Intensitäten der in Blei (Fig. 8) und Aluminium (Fig. 12) ausgelösten Sekundärstrahlungen lassen sich direkt vergleichen, da bei beiden Messungen derselbe Außenpanzer verwendet wurde, also gleiche äußere Versuchsbedingungen vorlagen. Es verhalten sich:

Bei einem Druck von 10 Atm. ....	Pb: Al = 1 : 0,87,
„ „ „ „ 20 „ .....	Pb: Al = 1 : 0,93,
„ „ „ „ 30 „ .....	Pb: Al = 1 : 0,96,
„ „ „ „ 37 „ .....	Pb: Al = 1 : 0,98.

Die Intensitäten beider Strahlenarten sind also verschieden, und zwar werden im schweren Element Blei mehr Sekundärstrahlen erzeugt als in dem leichteren Aluminium, die Energieverhältnisse sind aber umgekehrt. Dieses Ergebnis stimmt in bezug auf den Richtungssinn mit den Messungen von Fünfer<sup>1)</sup> überein, der bei seinen Zählrohruntersuchungen ein Verhältnis der Intensitäten von Pb:Al von etwa 1:0,8 findet. Hierbei ist natürlich die große Verschiedenheit beider Meßverfahren zu berücksichtigen und die Tatsache, daß bei den Fünferschen Koinzidenzen nur die Sekundärstrahlen zur Messung benutzt wurden, während bei diesen Untersuchungen die gesamte Ionisation der Primär- und Sekundärstrahlung gemessen wird. Bei einem Außenpanzer von 15 cm Blei erhält man die Kurven der Fig. 13. Ein Ionisationsanstieg ist nicht mehr vorhanden, der Sekundärstrahleffekt ist verschwunden. Durch Verstärkung der Schichtdicken im Innern der Bombe tritt gewöhnliche Absorption der Ultrastrahlung durch Aluminium auf. Aus Fig. 13 folgt, daß die in Fig. 11 und 12 im Aluminium ausgelöste Sekundärstrahlung durch eine weiche Komponente der Ultrastrahlung hervorgerufen werden muß, die bei einem Außenpanzer von 15 cm Blei nicht mehr zur Wirkung gelangt. Die Komponente muß aber noch weicher sein als die, die zur Auslösung der Sekundärstrahlung im Blei führt, denn bei einem Außenpanzer von 15 cm Blei ist bei 10 Atm. noch die Sekundärstrahlung bei einem Bleiinnenpanzer nachzuweisen (vgl. Fig. 10), während sie bei einem Aluminiuminnenpanzer verschwunden ist.

3. *Eisen.* Um eine genaue Untersuchung der bisher gefundenen Effekte auch bei Eisen durchzuführen, wurde der äußere Bleipanzer durch einen vollständigen Eisenpanzer ersetzt. Es ist noch nicht klar erwiesen, ob die gefundenen Sekundärstrahleffekte nicht dadurch bedingt sind, daß sich immer zwischen dem äußeren und dem inneren Schwächungsmittel eine Substanz aus anderem Material, die aus Eisen bestehende Bombe, befand, der vielleicht der gefundene Ionisationsanstieg als Übergangserscheinung zugeschrieben werden könnte. Durch die Verwendung eines Außenpanzers aus Eisen durchsetzt die Ultrastrahlung bis zum Meßraum nur Eisen. Übergangseffekte sind deshalb ausgeschlossen. Die seitliche Panzerstärke betrug 10 cm. Nur die Abschirmung über der Kammer war bei den Meßreihen 0, 5 und 15 cm stark. Die Ergebnisse zeigen die Fig. 14 bis 16.

Bei Eisen erhält man ein vollständig anderes Bild als bei Blei und Aluminium. In allen drei Fällen der verschiedenen äußeren Panzerungen ist praktisch das gleiche Bild vorhanden, nach stärkerer Vorfilterung der

<sup>1)</sup> E. Fünfer, ZS. f. Phys. **83**, 92, 1933.

Primärstrahlung tritt nur eine Schwächung der Gesamtionisation auf. Die Auslösung der Sekundärstrahlung bleibt aber in allen drei Fällen erhalten. Nach Einbringen des ersten cm Eisen tritt bei allen drei Meßreihen ein schwacher Ionisationsanstieg auf, der bis zu 2 cm Eisen, bei 10 Atm. Druck sogar bis zu 3 cm Eisen bestehen bleibt. Bei kleineren Drucken

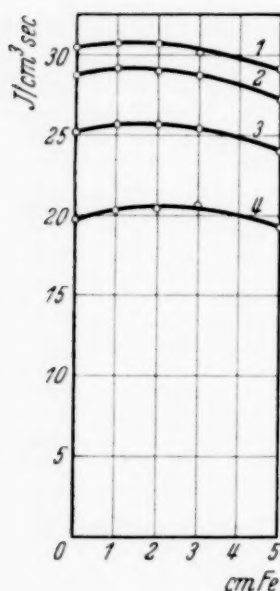


Fig. 14.

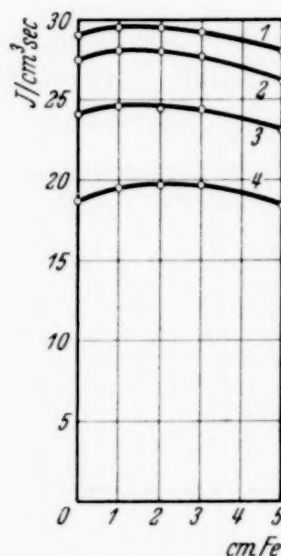


Fig. 15.

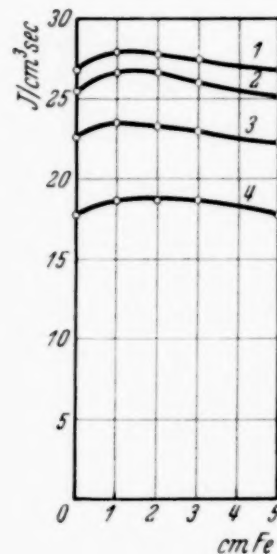


Fig. 16.

Sekundärstrahlung aus Eisen. Änderung der Absorberdicke im Innern der Bombe von 0 bis 5 cm Eisen. Parameter ist wie früher der Druck bei 37 (Kurve 1), 30, 20 und 10 Atm. (Kurve 4).

Fig. 14, ohne Außenpanzer über der Kammer.

Fig. 15, 5 cm Außenpanzer über der Kammer.

Fig. 16, 15 cm Außenpanzer über der Kammer.

ist der Ionisationsanstieg etwas größer als bei größeren Drucken, die Reichweite der Sekundärstrahlung kann nicht groß sein, so daß bei den verschiedenen Drucken der Abstand der Schichten im Innern der Bombe vom Netz schon ein Bruchteil der Gesamtreichweite beträgt. Eine Bevorzugung eines Strahlenanteils der Primärstrahlung der Ultrastrahlung von bestimmter Härte (wie bei Blei und Aluminium), der die Sekundärstrahlung im Eisen auslöst, scheint nicht vorhanden zu sein.

Meinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. G. Hoffmann, spreche ich meinen Dank für das Interesse bei der Durchführung der Arbeit aus. Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. W. Messerschmidt für die wertvollen Anregungen und Hinweise bei den Versuchen und deren Auswertung.

Halle a. d. S., Institut f. Experimentalphysik d. Martin-Luther-Univ.



## Wird das Wärmetheorem von Nernst ungültig, wenn der absolute Nullpunkt erreichbar ist?

Von **H. Schmolke** in Berlin.

(Eingegangen am 5. November 1937.)

Es wird gezeigt, daß die ursprüngliche Form des Nernstschen Wärmesatzes bestehen bleibt, auch wenn es gelingt, den absoluten Nullpunkt zu erreichen.

Die in jüngster Zeit in den Laboratorien verschiedener Forschungsstätten gesammelten Erfahrungen lassen die Erreichung des absoluten Nullpunktes manchem Physiker als nahe bevorstehend erscheinen. Nicht selten wird an diese Auffassung die Schlußfolgerung geknüpft, daß beim Erreichen des absoluten Nullpunktes das als 3. Hauptsatz der Thermodynamik bekannte Nernst-Theorem aufgegeben werden muß. Es soll nun nachstehend untersucht werden, inwieweit diese Folgerung als zutreffend anzusehen ist. Die Frage, ob die Hoffnung, bis zum absoluten Nullpunkt zu gelangen, wirklich eine Begründung besitzt, soll hierbei unerörtert bleiben.

Der Wärmesatz von Nernst besagt bekanntlich in seiner ursprünglichen, allgemeinsten Fassung, daß in der Nähe des absoluten Nullpunktes alle Vorgänge ohne Entropieänderung verlaufen, d. h. daß die Gleichung

$$\lim \Delta S = 0 \quad (\text{für } T = 0) \quad (\text{I})$$

gilt, in der  $\Delta S$  die Entropiedifferenz und  $T$  die absolute Temperatur bezeichnen.

M. Planck forderte darüber hinausgehend, daß auch die Einzelentropien der Substanzen am absoluten Nullpunkt gleich Null werden, und gelangte dadurch zu der sehr anschaulichen, aber, wie sich im folgenden zeigen wird, spezielleren Formulierung

$$\lim S = 0 \quad (\text{für } T = 0). \quad (\text{II})$$

W. Nernst verlieh schließlich in äußerer Anlehnung an die beiden ersten Hauptsätze der Thermodynamik seinem Theorem noch die als „Prinzip der Unerreichbarkeit des absoluten Nullpunktes“ bekannte Form: „Es ist unmöglich, eine Vorrichtung zu ersinnen, durch die ein Körper völlig der Wärme beraubt, d. h. bis zum absoluten Nullpunkt abgekühlt werden kann.“

Es sei nun für einen Augenblick vorausgesetzt, daß sich die Hoffnungen auf Erreichung des absoluten Nullpunktes erfüllen. Ob unter diesen Umständen die als speziellere Ausdrucksform bezeichnete Gleichung (II) haltbar ist, ergibt folgende Betrachtung: Verbindet man mit Gleichung (II) die zum mindesten höchstwahrscheinliche Annahme, daß am absoluten Nullpunkt die spezifische Wärme  $c$  verschwindet, z. B. bei tiefer Temperatur gleich  $a T^b$  ist, wobei  $a$  und  $b$  Konstante sind, so läßt sich leicht der Nachweis führen, daß man nicht bis zum absoluten Nullpunkt kommen kann. Es wäre nämlich für einen im Sinne der Formel

$$n_1 H_1 + n_2 H_2 + \dots = n'_1 H'_1 + n'_2 H'_2 + \dots$$

reversibel verlaufenden Umsatz die Differenz der Entropieänderungen bei  $T^0$  und  $0^0$

$$\Delta S_{(T)} - \Delta S_{(0)} = \int_0^T \frac{\sum n c dT}{T} = \int_0^T \sum n a T^{b-1} dT$$

bzw.

$$\Delta S_{(T)} = \Delta S_{(0)} + \frac{\sum n a}{b} T^b,$$

wobei

$$\sum n a = n_1 a_1 + n_2 a_2 + \dots - n'_1 a'_1 - n'_2 a'_2 - \dots$$

zu setzen ist. Geht der Prozeß in Richtung einer Wärmeabsorption, so ist die gebundene Wärmemenge

$$Q = T \left( \Delta S_{(0)} + \frac{\sum n a}{b} T^b \right),$$

und bei adiabatischer Führung ist schließlich die relative Temperatursenkung bei einem Umsatz von  $dn$  Grammatomen

$$\frac{dT}{T} = \frac{\Delta S_{(0)} + \frac{\sum n a}{b} T^b}{D T^b} dn,$$

worin  $D$  eine entsprechende Summierung über die  $a$  der beteiligten Substanzen bedeutet. Sofern nun nach Gleichung (II) die Einzelentropien gleich Null sind, ist auch  $\Delta S_{(0)} = 0$ . Ferner läßt sich  $\frac{\sum n a}{b D} dn$  zu einer Konstanten  $K$  vereinigen. Es wäre also die relative Temperaturänderung beim Umsatz von  $dn$  Grammatomen gleich  $K$ . Hieraus ergibt sich aber,

daß man mit einem endlichen Umsatz nicht bis zum absoluten Nullpunkt kommen kann. Wird derselbe, wie angenommen, tatsächlich erreicht, so darf daher die gleichzeitige Gültigkeit von Formel (II) und der Formel  $c = aT^b$  nicht bestehen. Nun sind aber beide Beziehungen untrennbar miteinander verknüpft. Aus der Planckschen Formulierung des Wärmetheorems folgt nämlich:

$$S_{(T)} = \int_0^T \frac{c \, dT}{T}.$$

Da dies Integral an der unteren Grenze unendlich wird, muß  $c$  am absoluten Nullpunkt verschwinden, damit  $S_{(T)}$  einen endlichen Wert erreicht. Die Annahme, daß einerseits die spezifische Wärme endlich bleibt, andererseits Gleichung (II) gilt, ist also unhaltbar. Es muß daher die Plancksche Fassung des Wärmesatzes fallen, wenn der absolute Nullpunkt wirklich erreicht werden sollte.

Auch aus der allgemeineren Gleichung (I) folgt in Verbindung mit der Voraussetzung  $c = aT^b$ , daß der absolute Nullpunkt unerreichbar ist, wie dies bereits Simon<sup>1)</sup> zeigte. Der Beweis ist Zeile für Zeile derselbe wie oben. Es erübrigt sich sogar die daselbst gezogene Folgerung, daß  $\Delta S_{(0)} = 0$  ist, wenn die Einzelentropien verschwinden, denn die ursprüngliche Fassung des Theorems ergibt diese Folgerung ja bereits unmittelbar. Dennoch besteht ein sehr bedeutender Unterschied zwischen den Gleichungen (I) und (II). Erstere ist nicht von der Voraussetzung  $c = aT^b$  abhängig. Sie bleibt auch bestehen, wenn die spezifischen Wärmen am absoluten Nullpunkt einem zwar sehr kleinen, aber endlichen Grenzwert zustreben, was immerhin nicht ganz ausgeschlossen erscheint. Ist dies aber der Fall, so fällt der geführte mathematische Beweis für die Unerreichbarkeit des absoluten Nullpunktes, da Entropie und spezifische Wärme dann keinesfalls durch dieselbe  $T$ -Potenz gekennzeichnet sind, was ja der Kernpunkt des vorstehenden Beweises war. Trotzdem könnte man unter der üblichen und wohl auch gerechtfertigten Voraussetzung, daß beim absoluten Nullpunkt jede reversible Zustandsänderung isotherm verläuft, auch bei endlichem Grenzwert von  $c$  zeigen, daß man nicht bis  $T = 0$  gelangen kann. Bezeichnet man nämlich mit  $A$  die bei einem isothermen, reversiblen Vorgang geleistete Maximalarbeit, so gilt

$$Q = T \frac{dA}{dT}. \quad (\text{III})$$

<sup>1)</sup> F. Simon, *Erg. d. exakt. Naturwiss.* 1930, S. 227.

Es geht also  $Q$  mit sinkender Temperatur gegen 0. Wenn sich nun, wie angenommen wurde, die spezifische Wärme beim absoluten Nullpunkt einem endlichen Grenzwert nähert, so wäre auch noch bei sehr tiefen Temperaturen der Wärmehalt endlich und die völlige Entziehung desselben infolge des Verschwindens von  $Q$  nicht möglich. Man gelangt also zunächst zu dem Ergebnis, daß der absolute Nullpunkt unerreichbar ist, wenn Gleichung (I) und die Beziehung  $c = a T^b$  zutreffen oder auch wenn die Voraussetzung (III) der klassischen Thermodynamik gilt und überdies  $c$  einem endlichen Grenzwert zustrebt. Bemerkenswert ist es, daß sich Gleichung (I) mit keiner der übrigen Bedingungen im Widerspruch befindet. Sie ist, wie schon betont wurde, ohne weiteres mit einem endlichen Grenzwert von  $c$  vereinbar, da sie im Sinne der Beziehung

$$S_1 - S_2 = \int_0^T \frac{c_1 - c_2}{T} dT$$

nur fordert, daß

$$c_1 = c_2 \quad \text{für} \quad T = 0$$

wird. Auch Voraussetzung (III) und Gleichung (I) enthalten keinerlei Widerspruch. Beide sind aber auch nicht miteinander untrennbar verknüpft, was wichtig ist und aus folgendem hervorgehen dürfte. Die durch Vereinigung der zwei ersten Wärmesätze entstandene, mit Formel (III) identische, für isotherme, reversible Vorgänge gültige Grundgleichung der klassischen Thermodynamik:

$$A - U = T \frac{dA}{dT}, \quad (\text{IV})$$

in der  $U$  die Abnahme der Gesamtenergie bezeichnet, gestattet nicht, bei gegebenem  $U$  den Wert  $A$  zu berechnen, da in der sich aus (IV) ergebenden Beziehung

$$A = -T \int \frac{U dT}{T^2} + J T$$

die Integrationskonstante  $J$  unbekannt ist. Durch Aufstellung der Hypothese

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{dA}{dT} = 0 \quad (\text{für } T = 0)$$

schuf Nernst die Möglichkeit,  $J$  zu bestimmen bzw.  $A$  aus  $U$  zu berechnen. Die dadurch erzielte engere Verknüpfung der beiden thermodynamischen Fundamentalgrößen  $A$  und  $U$  sowie die Schaffung der Möglichkeit, die durch  $A$  gemessene chemische Affinität aus thermischen Daten zu ermitteln,



gaben die Berechtigung für die Bezeichnung der genannten Hypothese als dritten Wärmesatz. Sie liefert, wie bei Beachtung von (III) sofort ersichtlich ist, für isotherme, reversible Zustandsänderungen:

$$\lim \Delta S = \lim \frac{dA}{dT} = 0 \quad (\text{für } T = 0),$$

d. h. die obige Gleichung (I). Letztere gilt ihrer Ableitung entsprechend also zunächst nur für isotherme Prozesse. Lehnt man, entgegen allen Gepflogenheiten und vermutlich mit Unrecht, die Voraussetzung ab, daß am absoluten Nullpunkt alle reversiblen Zustandsänderungen isotherm verlaufen, so müßte man die Beziehung (I) in die Worte kleiden: „Am absoluten Nullpunkt geschehen alle isothermen, reversiblen Vorgänge (anstatt alle Vorgänge, wie oben gesagt wurde) ohne Entropieänderung.“ Durch diese Formulierung würde sich indessen die Anwendung des Nernst-theorems zur Berechnung der Maximalarbeit oder Affinität in keiner Hinsicht ändern. Die Ablehnung der Voraussetzung (III) bedeutet also weder ein Aufgeben noch eine Beschränkung von Gleichung (I) in der praktischen Benutzung.

Nun wäre es aber, wenn auch sehr unwahrscheinlich, so doch denkbar, daß die Voraussetzungen über das Verschwinden von  $Q$  und  $c$  bei  $T = 0$  beide unzutreffend sind und beide Größen einem sehr kleinen, endlichen Grenzwert zustreben. Nernst hält dies hinsichtlich der spezifischen Wärme sogar für sehr möglich wegen des wohl sicheren Vorhandenseins der Radioaktivität am absoluten Nullpunkt. In diesem Falle müßte auch der von  $c$  abhängige Wärmehalt einen Grenzwert erreichen, und dieser könnte kleiner als der Grenzwert von  $Q$  sein. Dann muß man aber bis  $T = 0$  kommen, ohne daß die Fassung (I) des Theorems verletzt wird. Diese führt also nicht unbedingt zu dem Ergebnis, daß der absolute Nullpunkt unerreichbar ist, wie Gleichung (II) forderte, und bleibt auch bestehen, wenn letztere aufgegeben werden muß. Die ursprünglich von Nernst angegebene Formulierung ist eben, da unabhängig von dem Verschwinden von  $c$  am absoluten Nullpunkt, die allgemeinste Fassung des Wärmetheorems, die auch aufrechterhalten werden kann, wenn man tatsächlich bis  $T = 0$  gelangt. Sie ist keineswegs identisch mit dem oben bei Angabe der verschiedenen Formulierungen des Theorems an dritter Stelle genannten „Prinzip von der Unerreichbarkeit des absoluten Nullpunktes“. Letzteres kann vielmehr nur unter der Voraussetzung des Verschwindens von  $c$  beim absoluten Nullpunkt aus Gleichung (I) abgeleitet werden, worauf bereits im vorstehenden hingewiesen wurde.

*Zusammenfassung.* Die Plancksche Formulierung des Nernstschen Wärmesatzes [Gleichung (II)] bedingt das Verschwinden der spezifischen Wärme  $c$  für  $T = 0$ . Wenn sie und die von ihr nicht zu trennende Voraussetzung über  $c$  zutreffen, läßt sich beweisen, daß man nicht bis zum absoluten Nullpunkt kommen kann. Sollte dieser entgegen der Beweisführung dennoch erreicht werden, so ist die Plancksche Fassung nicht mehr haltbar.

Die ursprüngliche Nernstsche Formulierung des Theorems [Gleichung (I)] stellt nur die Forderung, daß am absoluten Nullpunkt die Wärmekapazität bei jeder Umwandlung ungeändert bleibt. Sie führt in Verbindung mit dieser Bedingung aber nicht zu dem Ergebnis, daß der absolute Nullpunkt unerreichbar sein muß, und kann daher bestehen bleiben, auch wenn es gelingt, bis zu letzterem zu gelangen. Erst wenn man Gleichung (I) mit der weiteren Voraussetzung vereinigt, daß die spezifische Wärme beim absoluten Nullpunkt verschwindet, führt sie zu dem umstrittenen „Unerreichbarkeitsprinzip“. Sie ist demselben somit nicht gleichzusetzen.

(Mitteilung aus dem physikalischen Institut der Universität Bonn.)

## Zur Winkelverteilung von Kerntrümmern.

Von C. Reinsberg.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 23. November 1937.)

Aus dem Drehimpulserhaltungssatz und den Auswahlregeln für Kernumwandlungen wird die Winkelverteilung der Kerntrümmer gefolgert. Die Ergebnisse werden an den Prozessen  $H^2(d; p)H^3$ ,  $H^2(d; n)He^3$ ,  $Li^6(d; p)Li^7$ ,  $Li^6(p; \alpha)He^3$ ,  $Li^7(p; \alpha)He^4$ ,  $B^{11}(p; \alpha)Be^8$  geprüft.

Bei der Beschießung von Atomkernen mit irgendwelchen Partikeln und den dabei auftretenden Kernumwandlungen hat man bisher in der Hauptsache nur den Energieumsatz und die Ausbeute an Kerntrümmern beachtet, die man bei den verschiedenen Geschwindigkeiten der stoßenden Partikeln erhält. Kirchner<sup>1)</sup> untersuchte zum erstenmal die Winkelverteilung der bei Kernumwandlungen ausgesandten Teilchen und fand bei dem Prozeß  $Li^7(p; \alpha)He^4$  eine kugelsymmetrische Verteilung. Erst Kempton, Browne und Maasdorp<sup>2)</sup> und dann Neuert<sup>3)</sup> fanden bei einigen Prozessen eine starke Winkelabhängigkeit. Die Frage nach dem Zustandekommen einer solchen Winkelabhängigkeit soll hier untersucht werden. Der Prozeß, wo ein Deuteron unelastisch auf ein zweites Deuteron stößt, ist schon von Schiff<sup>4)</sup> behandelt worden. Unsere Überlegungen gelten ganz allgemein für alle unelastischen Stöße zweier Atomkerne.

Wir gehen von der Bohrschen Vorstellung über den Ablauf einer Kernumwandlung aus,

$$A + P \rightarrow C \rightarrow B + Q. \quad (1)$$

Die stoßende Partikel  $P$  trifft auf den Atomkern  $A$ ; es bildet sich ein Zwischenkern  $C$ , der nach kurzer Zeit wieder in einen Restkern  $B$  und eine Partikel  $Q$  zerplatzt. Bezeichnen wir mit  $j_1$  und  $j_2$  den Gesamtdrehimpuls der Kerne  $A$  und  $B$  (gemessen in Einheiten  $\hbar/2\pi$ ), mit  $s_1$  und  $s_2$  den Drehimpuls der Partikel  $P$  und  $Q$ , mit  $J$  den Gesamtdrehimpuls von  $C$  und schließlich mit  $l_1$  und  $l_2$  den Bahndrehimpuls der stoßenden und der ausgesandten Partikel, so gilt für die Reaktion (1) bekanntlich

<sup>1)</sup> F. Kirchner, Phys. ZS. **34**, 785, 1933. — <sup>2)</sup> A. E. Kempton, B. C. Browne u. R. Maasdorp, Proc. Roy. Soc. London (A) **157**, 386, 1936. —

<sup>3)</sup> H. Neuert, Phys. ZS. **38**, 122, 1937; **38**, 620, 1937. — <sup>4)</sup> L. I. Schiff, Phys. Rev. **51**, 783, 1937.

1. *der Drehimpulserhaltungssatz*: Der Gesamtdrehimpuls des vor der Entstehung des Zwischenkerns bestehenden Systems ist gleich dem Gesamtdrehimpuls des Zwischenkerns und dieser wiederum gleich dem Gesamtdrehimpuls des nach der Kernumwandlung bestehenden Systems. Die Addition der in einem System auftretenden Drehimpulse geschieht dabei vektoriell.

2. *die Auswahlregeln*<sup>1)</sup>: Es sind nur solche Kernumwandlungen möglich, bei denen die Drehimpulsquantenzahlen die nachstehenden Ungleichungen erfüllen:

$$\left. \begin{aligned} |j_1 - J| &\leq |l_1 + s_1| & |j_2 - J| &\leq |l_2 + s_2| \\ |j_1 + J| &\leq |l_1 - s_1| & |j_2 + J| &\leq |l_2 - s_2| \\ |j_1 - j_2| &\leq |l_1 + s_1 + l_2 + s_2|. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Wir betrachten zunächst eine Partikel  $P$ , die mit dem Bahndrehimpuls  $l_1 = 0$  auf einen Atomkern  $A$  zufliegt und dann eingefangen wird. Eine solche Partikel können wir durch eine einlaufende Kugelwelle

$$\frac{1}{r} e^{-ikr}$$

charakterisieren, wobei  $r$  der Abstand vom gemeinsamen Schwerpunkt ist. Diese Kugelwelle bevorzugt keine Richtung im Raum. Bei jeder räumlichen Lage des Drehimpulses  $j_1$  von  $A$  wird sich der Drehimpuls  $s_1$  von  $P$  nach den Regeln der Quantenmechanik zu  $j_1$  einstellen und den Drehimpuls  $J$  des Zwischenkerns bilden. Da keine Richtung des Raumes ausgezeichnet ist, werden die Partikel  $Q$  kugelsymmetrisch verteilt sein. Es ist dabei völlig gleichgültig, wie groß der Bahndrehimpuls des emittierten Teilchens ist. Bei *s-Einfangung* tritt also keine Winkelabhängigkeit der Kerntrümmer auf.

Anders liegen die Verhältnisse, wenn  $l_1$  von Null verschieden ist. Jetzt ist nur dann eine Bildung des Zwischenkerns möglich, wenn eine quantenmechanische Addition des Bahndrehimpulsvektors  $l_1$ , der auf der Einfallsrichtung der stoßenden Teilchen senkrecht steht, und der beiden Vektoren  $j_1$  und  $s_1$  möglich ist, d. h. also nur bei den Einstellungen von  $j_1$ , wo die vektorielle Addition von  $j_1$ ,  $l_1$  und  $s_1$  ein halbzahliges Drehmoment  $J$  ergibt. Das gleiche gilt für die Umwandlung  $C \rightarrow B + Q$ . Wir wollen hier nur den Fall betrachten, wo alle  $l_2$  senkrecht zur Einfallsrichtung  $z$  der stoßenden Teilchen sind. In einem im gemeinsamen Schwerpunkt ruhenden Koor-

<sup>1)</sup> Bezüglich der Auswahlregeln und der später noch vorkommenden Grundzustände der Kerne vgl. den Bericht von P. Jordan, Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften Bd. XVI, S. 47.



dimatensystem können wir die ausgesandte Partikel  $Q$  wieder durch eine Kugelwelle, und zwar durch eine auslaufende Kugelwelle von der Ordnung  $l_2$  charakterisieren.

$$\frac{1}{r} e^{ikr} P_{l_2}(\cos \vartheta).$$

$\vartheta$  ist dabei der Winkel zwischen der Einfallrichtung  $z$  und der Richtung, in der die Partikel  $Q$  ausgesandt wird. Unter  $P_{l_2}(\cos \vartheta)$  ist die normierte Kugelfunktion von der Ordnung  $l_2$  zu verstehen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Teilchen in der Richtung  $\vartheta$  ausgesandt wird, ist dann

$$[P_{l_2}(\cos \vartheta)]^2. \quad (3)$$

Durch diesen Ausdruck ist also auch die Winkelverteilung der Kerntrümmer gegeben.

Wir gehen jetzt zur Besprechung der Einzelprozesse über.

$H^2(d; p) H^3$  und  $H^2(d; n) He^3$ . Bei den beiden Prozessen  $H^2(d; p) H^3$  und  $H^2(d; n) He^3$  wurde erstmalig von Kempton, Browne und Maasdorp (l. c.) und später von Neuert (l. c.) eine Winkelabhängigkeit festgestellt. Der Grundzustand von  $H^2$  ist ein  ${}^3S_1$ -Zustand, derjenige von  $H^3$  und  $He^3$  ein  ${}^2S_{1/2}$ -Zustand. Bei beiden Prozessen ist also  $j_1 = s_1 = 1$  und  $j_2 = s_2 = \frac{1}{2}$ . Nach den Auswahlregeln (2) und dem Drehimpulserhaltungssatz sind für  $l_1$  nur die Werte 0 und 2 und eventuell noch höhere Werte möglich. Es kommt demnach nur eine  $s$ -Einfangung oder eine  $d$ -Einfangung in Frage. Einfangungen höherer Ordnung wollen wir wegen ihrer wahrscheinlich geringeren Häufigkeit vernachlässigen. Eine  $p$ -Einfangung ist mit den Auswahlregeln nicht verträglich. Bei der  $s$ -Einfangung bildet sich ein  $He^4$ -Kern im Zustand  ${}^1S_0$ , bei dem die Spinnmomente der Neutronen und Protonen antiparallel stehen, bei der  $d$ -Einfangung ein solcher im Zustand  ${}^5D_0$  mit parallelen Spinnmomenten, die senkrecht auf der  $z$ -Achse stehen. Diese Zwischenkerne zerplatzen nach kurzer Zeit in einen  $H^3$ - oder  $He^3$ -Kern und ein Proton oder Neutron. Wir nehmen jetzt an, daß während der kurzen Lebenszeit des Zwischenkerns die Auszeichnung der  $z$ -Achse nicht verlorengeht, und so der Zwischenkern in der Weise zerplatzt, daß die Spinnmomente der Kerntrümmer senkrecht zur  $z$ -Achse sind. Stehen die Spinnmomente von  $H^3$  und dem Proton und  $He^3$  und dem Neutron parallel, so ist die ausgesandte Partikel durch eine Kugelwelle vom Bahndrehimpuls  $l_2 = 1$  zu beschreiben, der senkrecht zur Einfallrichtung der stoßenden Teilchen ist, bei antiparallelem Spin ist  $l_2 = 0$ . Es gibt demnach nur der Zwischenkern im Zustand  ${}^5D_0$  zu einer Winkelabhängigkeit Anlaß. Bezeichnen wir

den Stoßquerschnitt für Teilchen mit dem Bahndrehimpuls  $l_1$  mit  $q_{l_1}$  und die Absorptionswahrscheinlichkeit mit  $w_{l_1}$ , so ist die Anzahl der Partikel, die den Zwischenkern im Zustand  $^1S_0$  bzw.  $^5D_0$  bilden, proportional zu  $q_0 w_0$  bzw.  $q_2 w_2$ . Nehmen wir nun noch an, daß die Zwischenkerne mit der



Fig. 1. Winkelverteilung bei  $H^2(d;p)H^3$  (+ gemessene Werte) (Kurve errechnet).

gleichen Wahrscheinlichkeit in zwei Teilchen mit parallelem oder antiparallelem Spin zerplatzen, so ist die Winkelverteilung gegeben durch

$$\begin{aligned} N(\vartheta) &= (q_0 w_0 + 0,5 q_2 w_2) [P_0(\cos \vartheta)]^2 + 0,5 q_2 w_2 [P_1(\cos \vartheta)]^2 \\ &= \frac{1}{2} (q_0 w_0 + 0,5 q_2 w_2) + 0,5 q_2 w_2 \frac{3}{2} \cos^2 \vartheta, \end{aligned}$$

oder auf  $90^\circ$  bezogen:

$$\frac{N}{N_{90^\circ}} = 1 + \frac{1,5}{\frac{q_0 w_0}{q_2 w_2} + 0,5} \cos^2 \vartheta. \quad (4)$$

Für  $\vartheta = 0$  entnehmen wir aus den Messungen von Neuert  $N(0)/N_{90} = 1,7$  und erhalten hiermit

$$q_0 w_0 : q_2 w_2 = 16 : 10.$$

(4) geht dann über in

$$\frac{N}{N_{90}} = 1 + 0,7 \cos^2 \vartheta. \quad (5)$$

In Fig. 1 sind die experimentellen Werte von Neuert und die Verteilung (5) eingetragen.

Die von Kempton, Browne und Maasdorp beobachtete Abhängigkeit der Winkelverteilung von der Energie des einfallenden Teilchens läßt sich nun ebenfalls deuten. Mit zunehmender Energie wächst  $q_2 w_2$  stärker als  $q_0 w_0$ . Folglich nimmt  $N/N_{90}$  für alle Werte von  $\vartheta$  zu. Dieses Verhalten wurde auch von Kempton, Browne und Maasdorp beobachtet.

$Li^6(d;p)Li^7$ . Der Grundzustand von  $Li^6$  ist ein  $^3S_1$ -Zustand. Durch die gleiche Überlegung wie oben finden wir, daß hier durch s-Einfangung ein  $Be^8$ -Kern im Zustand  $^1S_0$  und durch d-Einfangung ein solcher im Zu-

stand  ${}^5D_0$  entsteht. Eine  $p$ -Einfangung ist auch hier unmöglich. Da der tiefste Zustand von  $\text{Li}^7$  ein  ${}^2P_{3/2}$ -Zustand ist, zerfallen die beiden Zwischenkerne unter Aussendung einer  $d$ -Welle. Die Winkelverteilung der Kerntrümmer wäre also durch

$$N(\vartheta) = q_0 w_0 [P_0]^2 + q_2 w_2 [P_2]^2 = \frac{1}{2} q_0 w_0 + \frac{5}{4} q_2 w_2 (3 \cos^2 \vartheta - 1)^2$$

oder

$$\frac{N}{N_{90^\circ}} = 1 + \frac{5}{4} \frac{q_2 w_2}{q_0 w_0} (3 \cos^2 \vartheta - 1)^2$$

gegeben. Neuert beobachtet eine kugelsymmetrische Verteilung. Folglich muß

$$\frac{5}{4} \frac{q_2 w_2}{q_0 w_0} \leq p$$

sein, wenn wir mit  $p$  den prozentualen Fehler der Neuertschen Messungen bezeichnen, der zu 10% angegeben wird. Demnach ist

$$q_2 w_2 \leq 0.62 q_0 w_0.$$

Die  $s$ -Einfangung gibt dann den Anlaß für die kugelsymmetrische Verteilung.

$\text{Li}^6(p; \alpha) \text{He}^3$  und  $\text{Li}^7(p; \alpha) \text{He}^4$ . Bei beiden Prozessen ist nur eine  $d$ -Einfangung möglich, und es entsteht einmal ein  $\text{Be}^7$ -Zwischenkern im Zustand  ${}^4D_{1/2}$  und das andere Mal ein  $\text{Be}^8$ -Kern im Zustand  ${}^3P_0$ . Beide Zwischenkerne zerplatzen unter Emission einer  $s$ -Welle. Folglich ist die Verteilung winkelnunabhängig. Aus den Messungen von Cockroft und Walton errechnete Beck<sup>1)</sup>, daß die hier auftretenden Umwandlungen hundertmal seltener sind als die Einfangung von Protonen durch  $\text{B}^{11}$ . Die Tatsache, daß die Einfangung niedrigster Ordnung eine  $d$ -Einfangung ist, erklärt die Seltenheit der beiden Umwandlungen.

$\text{B}^{11}(p; \alpha) \text{Be}^8$ . Der Grundzustand von  $\text{B}^{11}$  ist ein  ${}^2P_{1/2}$ -Zustand, derjenige von  $\text{Be}^8$  ein  ${}^1S_0$ -Zustand. Die bei diesem Prozeß auftretenden  $\alpha$ -Teilchen haben eine Reichweite von 1,4 cm. Durch  $s$ -Einfangung entsteht aus dem  $\text{B}^{11}$ - ein  $\text{C}^{12}$ -Zwischenkern im Zustand  ${}^1S_0$ , der unter Aussendung eines  $\alpha$ -Teilchens vom Bahndrehimpuls Null in einen unangeregten  $\text{Be}^8$ -Kern übergeht. Wird ein Proton mit dem Bahndrehimpuls  $l_1 = 1$  eingefangen, so sind mit den Auswahlregeln und dem Drehimpulserhaltungssatz zwei Zustände des  $\text{C}^{12}$ -Kerns verträglich, ein  ${}^1S_0$ - und ein  ${}^3P_0$ -Zustand. Wir nehmen nun an, daß bei der Einfangung des Protons die Bahndrehimpulse und die

<sup>1)</sup> Marx, Handb. d. Radiologie, Bd. VI, 1, S. 386, 2. Aufl.

Spinnmomente der Neutronen und Protonen im  $B^{11}$ -Kern nicht entkoppelt werden. Dann ist die Entstehung des  ${}^3P_0$ -Zustandes, der eine solche Entkopplung voraussetzt, unmöglich. Bei der  $d$ -Einfangung befindet sich der entstehende  $C^{12}$ -Kern im Zustand  ${}^1P_1$ , wo der Gesamtdrehimpuls  $J = 1$  senkrecht zur Einfallsrichtung  $z$  steht. Zerplatzt der  $C^{12}$ -Kern in ein  $\alpha$ -Teilchen und einen  $Be^8$ -Kern, so ist der Bahndrehimpuls  $l_2 = 1$  und ist

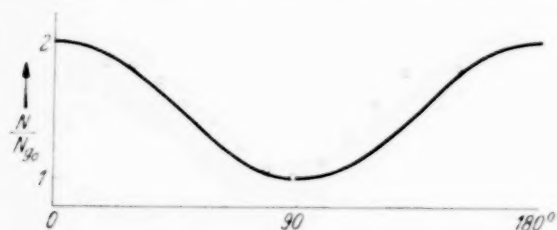


Fig. 2. Winkelverteilung bei  $B^{11}(p, \alpha)Be^8$  (+ gemessene Werte) (Kurve errechnet).

senkrecht zur  $z$ -Achse. Es geben also die  $s$ - und  $p$ -Einfangung zu einer kugelsymmetrischen Verteilung Anlaß, die  $d$ -Einfangung zu einer Verteilungsfunktion  $[P_1(\cos \theta)]^2$ . Die resultierende Verteilung ist dann

$$\frac{N}{N_{90}} = 1 + a \cos^2 \theta.$$

Aus den Messungen von Neuert können wir für  $N_0/N_{90}$  den Wert 2 extrapolieren und die Konstante  $a$  zu 1 bestimmen. Die mit diesem Wert von  $a$  berechnete und die gemessene Winkelverteilung der  $\alpha$ -Teilchen sind in Fig. 2 eingetragen. Eine Berechnung des Verhältnisses

$$q_0 u_0 : q_1 u_1 : q_2 u_2$$

ist in diesem Falle nicht möglich, da wir die Umwandlung, bei der ein angeregter  $Be^8$ -Kern entsteht, nicht mitberücksichtigt haben. Dies soll in einer späteren Arbeit geschehen.

Zum Schluß danke ich Herrn Dr. Riezler für zahlreiche wertvolle Diskussionen.



## Dämpfung piezoelektrischer Schwingungen.

Von W. Bosshard und G. Busch.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 4. Dezember 1937.)

Die Dämpfung piezoelektrischer Schwingungen einer Quarzplatte wird mit Hilfe einer neuen Methode untersucht. Die Verwendung einer Braunschen Röhre gestattet den Abklingvorgang eines elektrisch in seiner Eigenfrequenz erregten und dann frei ausschwingenden Piezokristalls photographisch aufzunehmen. Die Dämpfung nimmt mit sinkender Temperatur stark ab und erreicht bei  $-100^{\circ}\text{C}$  einen annähernd konstanten Wert.

*Einleitung.* Im Laufe von Untersuchungen an piezoelektrischen Kristallen wurden wir auf die Frage der Dämpfung piezoelektrischer Schwingungen geführt. Die ersten Dämpfungsmessungen an Piezokristallen stammen von Bjerknes und Heegner<sup>1)</sup>, welche die Größe der Dämpfung aus der Breite der Resonanzkurve bestimmten. Eine andere Methode haben Chaikin<sup>2)</sup> und Gockel<sup>3)</sup> angegeben. Diese besteht darin, daß der Kristall mit einem Hochfrequenzgenerator zu seiner Eigenschwingung erregt, dann zu einer bestimmten Zeit  $t_0$  von diesem abgeschaltet und zur Zeit  $t_1$  über einen Gleichrichter mit einem ballistischen Galvanometer verbunden wird. Durch schrittweise Veränderung der Zeitdifferenz  $t_1 - t_0$  wird die zeitliche Abnahme der Schwingungsenergie des frei ausschwingenden Kristalls ermittelt und daraus das Dämpfungsdekrement berechnet.

Die erste Methode stellt bekanntlich an die Frequenzkonstanz der Meßanordnung sehr hohe Anforderungen. Die Methode von Chaikin ist von dieser Schwierigkeit frei, sie verlangt aber die Konstruktion eines genau und reproduzierbar arbeitenden Kurzzeitschalters. Ungenauigkeiten dieses Schalters gehen direkt in das Meßresultat ein.

Das Problem der Dämpfungsmessung an piezoelektrischen Kristallen läßt sich jedoch in anderer Weise lösen, wenn man berücksichtigt, daß die Dämpfung in Kristallen meist so klein ist, daß der Abklingvorgang bis in die Größenordnung von Zehntelsekunden dauert und ein schwingender piezoelektrischer Kristall in günstiger Anordnung instande ist, Wechselspannungen von einigen 10 bis 100 Volt Amplitude zu erzeugen. Es ist deshalb möglich, den Abklingvorgang direkt mit einer Braunschen Röhre zu verfolgen.

<sup>1)</sup> K. Heegner, ZS. f. Hochfrequenz u. Elektroakustik **29**, 177, 1927. —

<sup>2)</sup> S. Chaikin, ebenda **35**, 6, 1930. — <sup>3)</sup> H. Gockel, Phys. ZS. **37**, 657, 1936.

*Die Meßmethode.* Fig. 1 zeigt das Schema der Meßanordnung. Der Piezokristall  $K$  befindet sich zwischen zwei festen Platten als Elektroden

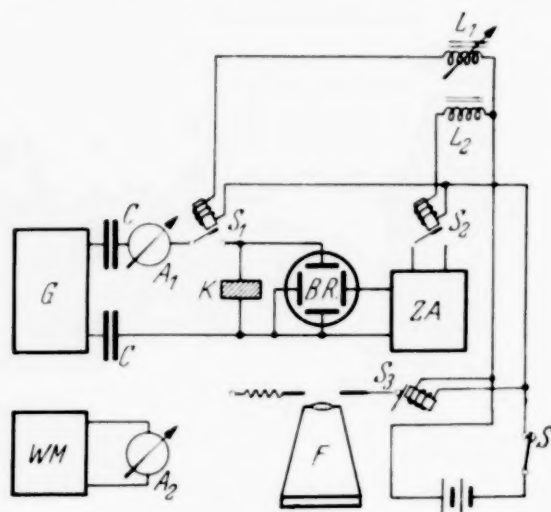


Fig. 1. Schema der Apparatur.

$G$  Generator,  $WM$  Wellenmesser,  $BR$  Braunsche Röhre,  $ZA$  Zeitablenkgerät,  $F$  Fotoapparat,  $K$  Kristall,  $C$  Kopplungskapazitäten,  $S$  Auslöseschalter,  $S_1, S_2, S_3$  Schaltrelais,  $L_1, L_2$  veränderliche Selbstinduktionen.

Dann wird an die  $x$ -Platten der Braunschen Röhre eine zeitlich wachsende Gleichspannung gelegt und kurz darauf der Generator vom

Kristall abgeschaltet. Auf dem Leuchtschirm der Kathodenstrahlröhre ist also ein Band zu sehen, dessen Breite erst konstant ist und im Moment des Abschaltens des Generators abnimmt (Fig. 2). Diese Abnahme entspricht genau der Verringerung der Amplitude des schwingenden Kristalls, infolge seiner Dämpfung, und zwar deshalb, weil infolge des direkten Piezoeffektes durch den ausschwingenden Kristall periodisch Ladungen erzeugt werden, die den Amplituden des Schwingkristalls proportional sind. Wegen der Reziprozität des Piezoeffektes treten diese Ladungen an den gleichen Flächen auf, an denen vorher die primär anregenden Ladungen saßen, und können deshalb mit Hilfe der Anregungselektroden festgestellt werden.

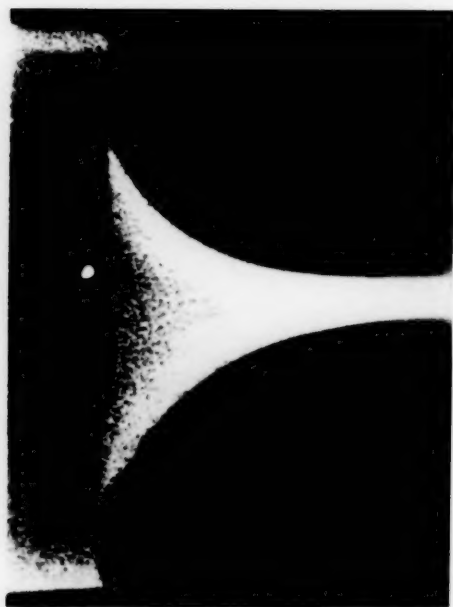


Fig. 2. Beispiel einer Abklingkurve.

Die  $x$ -Ablenkung wird so rasch ausgeführt, daß der ganze Abklingvorgang eben noch auf dem Leuchtschirm zu sehen ist. Die einzelnen hochfrequenten Schwingungen werden dabei, wie Fig. 2 zeigt, nicht mehr aufgelöst; man beobachtet vielmehr die Envelope der abklingenden Schwingung. Zur Messung der Ablenkungsgeschwindigkeit, welche für die Auswertung der Aufnahmen bekannt sein muß, wird bei unveränderter Empfindlichkeit der Braunschen Röhre an die  $y$ -Platten eine Wechselspannung von genau bekannter Frequenz gelegt. Diese wird von einem Siemens-Schwebungssumierer geliefert, der durch Vergleich mit einer Stimmgabel geeicht wird.

Die zeitlich wachsende Ablenkspannung erhält man durch Aufladen eines Kondensators  $C$  mit konstantem Strom. Als Strombegrenzer kann eine gesättigte Diode oder eine Pentode dienen. Bei der Pentode muß der Arbeitspunkt in jenem Gebiet liegen, in welchem der Anodenstrom unabhängig von der Anodenspannung ist. Der Anodenstrom (und damit die Ablenkgeschwindigkeit) wird eingestellt durch Veränderung der positiven Spannung des zweiten Gitters. Fig. 4 zeigt das Schaltschema. Normalerweise ist der Schalter  $S_2$  geschlossen, d. h. der Kondensator praktisch entladen. Durch Öffnen des Schalters wird die Zeitablenkung eingeschaltet.

Die Schalter  $S_1$  und  $S_2$  sind Telephonrelais.  $S_1$ , der die Abtrennung des Kristalls vom Generator besorgt, muß eine möglichst kleine Kapazität besitzen, was durch entsprechende Abänderung der Schaltteile erreicht wurde. Der Schalter  $S_2$  muß gegen  $S_1$  um eine sehr kurze Zeit verzögert

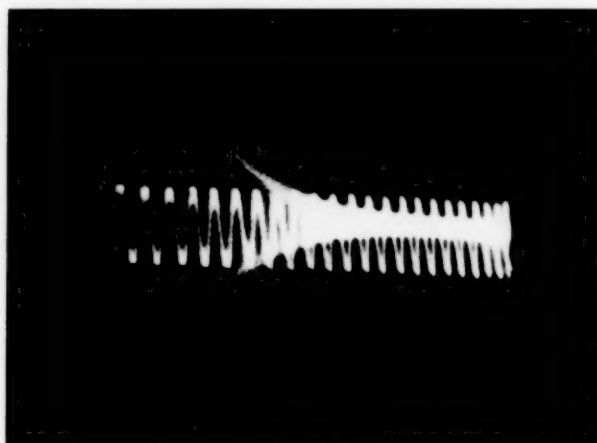


Fig. 3. Abklingkurve eines Quarzkristalles mit Zeitmaßstab zur Ausmessung. Eichfrequenz  $n = 100$  Hertz.  $T = -27,5^\circ \text{C}$ .

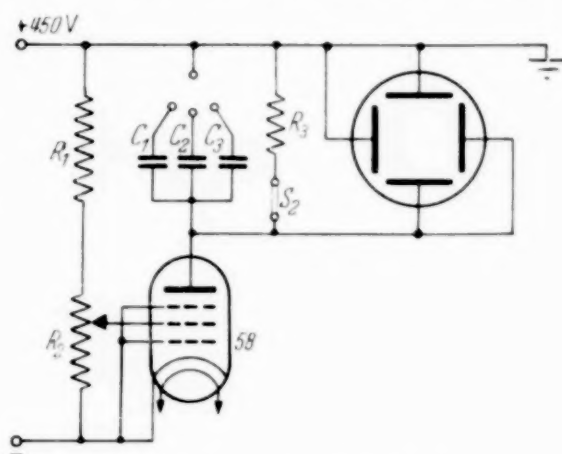


Fig. 4. Schaltung des Zeitablenkgerätes.  $R_1 = R_3 = 5000 \Omega$ ,  $R_2 = 50000 \Omega$ ,  $C_1 = 0,001 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 0,03 \mu\text{F}$ ,  $C_3 = 1,5 \mu\text{F}$ .

schalten. Die Regulierung der Schaltmomente erfolgt bequem und sehr genau durch Vorschaltung von veränderlichen Selbstinduktionen  $L_1$  und  $L_2$ .

Die Temperatur des Kristalls wird mit einem Kupfer-Konstantan-Thermoelement gemessen, das durch Vergleich mit einem Pentanthermometer geeicht wurde. Als Kathodenstrahlröhre wird eine Cossor-Hochvakuumröhre verwendet, die sich durch große Helligkeit auszeichnet.

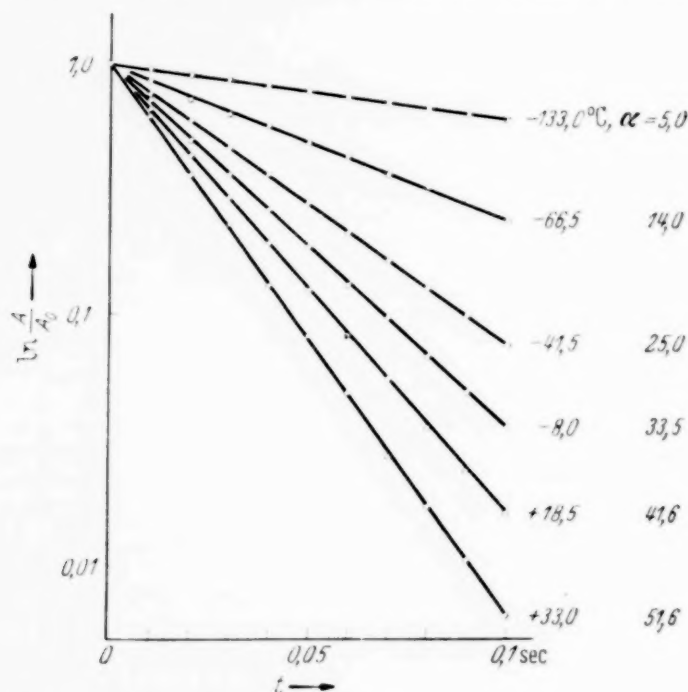


Fig. 5. Logarithmierte Abklingkurven für verschiedene Temperaturen.

Die Auswertung erfolgt durch Ausmessen der Ordinaten der Einhüllkurve der Schwingung in gleichen Zeitabständen. Trägt man die Logarithmen dieser gemessenen Größen als Funktion der Zeit auf, so erhält man eine Gerade (Fig. 5). Dies bedeutet also, in Bestätigung der Untersuchungen von Chaikin, daß das Abklingen tatsächlich einem Exponentialgesetz folgt. Aus der Neigung der Geraden ergibt sich der Dämpfungsexponent  $\alpha$  oder durch Umrechnung das Dämpfungsdekrement  $A$ .

*Ergebnisse.* Die Messungen wurden an einer kreisförmigen, senkrecht zu einer der elektrischen Achsen geschnittenen Quarzplatte von 5 mm Dicke und 20 mm Durchmesser ausgeführt.

Bei Zimmertemperatur ergab sich im Vakuum bei einer Frequenz  $\nu = 6.46 \cdot 10^5 \text{ sec}^{-1}$  ein Dämpfungsexponent  $\alpha = 45$  bzw. ein logarithmisches Dekrement  $A = 6.8 \cdot 10^{-5}$ . Chaikin fand bei einem Druck von 2 mm Hg  $A = 3.5 \cdot 10^{-5}$ , Goekel im Vakuum je nach Art der Elektroden Werte von  $A = 5.3 \cdot 10^{-5}$  bis  $9.5 \cdot 10^{-5}$  und Heegner (vermutlich bei



(Atmosphärendruck)  $A = 2,3 \cdot 10^{-4}$ . Bei allen drei Autoren fehlen die Angaben der Temperatur, wahrscheinlich aber handelt es sich um Zimmertemperatur. Abweichungen der einzelnen Messungen können von der verschiedenen Kristallhalterung herrühren.

In Fig. 6 sind die Dämpfungsexponenten als Funktion der Temperatur aufgetragen. Es zeigt sich somit ein ganz bedeutender Einfluß der Temperatur auf die Dämpfung der piezoelektrischen Schwingungen eines

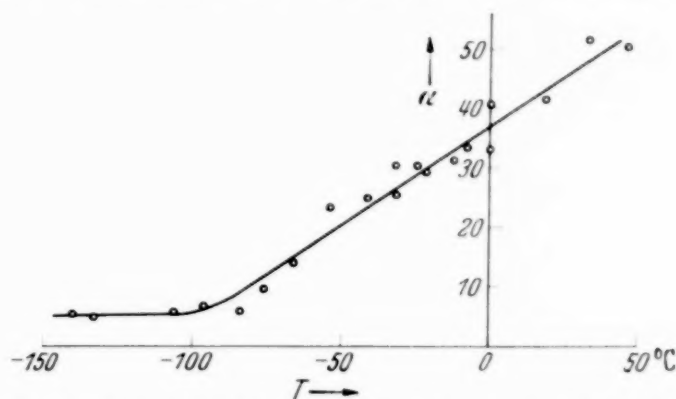


Fig. 6. Temperaturabhängigkeit der Dämpfung von Quarz.

Quarzes, d. h. auf die innere Reibung in dieser Substanz. Die Dämpfung sinkt linear mit der Temperatur und nähert sich von  $-100^{\circ}\text{C}$  an einem fast konstanten Wert  $A = 7,7 \cdot 10^{-6}$ . Eine ähnliche Temperaturabhängigkeit der Dämpfung des Quarzes haben bereits Guye und Einhorn<sup>1)</sup> bei der Untersuchung der Torsionsschwingungen von Quarzfäden gefunden.

Herrn Prof. Dr. P. Scherrer möchten wir an dieser Stelle herzlich danken für das stets fördernde Interesse, das er dieser Arbeit entgegenbrachte.

Zürich, Physikalisches Institut der E. T. H.

<sup>1)</sup> C. E. Guye u. M. Einhorn, Arch. d. scienc. phys. et nat. **41**, 287, 1916

## Ein neuer physikalischer Raum.

Von **Hermann Ostertag** in Rostock.

(Eingegangen am 18. November 1937.)

Dieser wird erzeugt von den Erweiterungen eines hyperkomplexen Zahlensystems<sup>1)</sup>, welches der Verfasser als Angelpunkt aller quantenmechanischen Matrizesysteme erkannt hat. Die neue Raum-Zeit-Struktur wird angegeben. Zu ihrer Eichung benötigt man drei Meßwerte (g, cm, sec). Die physikalischen Konstanten sind hierauf theoretisch berechenbar. Im besonderen werden Eigenschaften der Elementarteilchen quantitativ erfaßt.

Die Quantenerscheinungen sollen in einem gemischt diskret-kontinuierlichen Raume ablaufen, und zwar in einem vollständig diskreten Drehraum und einem gemischten Translationsraume. Letzterer kann als eine Umdeutung der de Broglie-Wellenvorstellung angesehen werden, während der Drehraum ein höherpotenziertes Gebilde ist, als es die Quantenmechanik zu liefern imstande ist.

Die Physik der Drehräume wird von der „Austauschalgebra“ [l. c. (19) f.] und deren Erweiterungen beherrscht; die Kinematik nach wie vor von den Darstellungen der Drehungen des dreidimensionalen Euklidischen Raumes. Der Zusammenhang beider Gebilde ist kurz folgender: Die Austauschüberalgebra der Ordnung  $n$  (l. c. § 5), besitzt  $n + 1$  irreduzible Darstellungen der Grade

$$\binom{n}{0}; \binom{n}{1}; \dots; \binom{n}{k}; \dots; \binom{n}{n} \quad (1)$$

[l. c. (20), jedoch ist eine Erweiterung vorgenommen worden im Sinne  $k = \delta$  oder  $k = n - \delta$ ]. Diese werden in bestimmter Weise begleitet von den zum Spin  $s = n/2 - k$  gehörenden Vektoren im Produktraum  $D_{1/2}^n$ . ( $D_{1/2}$ , halbzahlige Darstellung der Drehgruppe.) Die Reduktion der Darstellungen der Überalgebra nach solchen der Austauschalgebra mit Hilfe des entsprechenden Satzes (l. c. S. 340), zieht den Zerfall von  $D_{1/2}^n$  nach den irreduziblen Darstellungen der Drehgruppe nach sich, wie er andererseits in der Darstellungstheorie der kontinuierlichen Gruppen als Clebsch-Gordansche Reihenentwicklung bekannt ist<sup>2)</sup>.

Alle Vorgänge mit nichtverschwindender Ruhmasse haben ihre Ursache im Austauschsystem  $n = 16$ . Dies wird axiomatisch angenommen.

<sup>1)</sup> Teilweise veröffentlicht: H. Ostertag, Eine neue Behandlung der Austauscherscheinung, ZS. f. Phys. **106**, 329, 1937 (l. c.). — <sup>2)</sup> H. Weyl, Gruppenthe. u. Quantenmech., 2. Aufl., S. 115.

Daneben braucht man eine Erweiterung der Austauschalgebra, die darauf abzielt: So wie die Austauschalgebra mit  $D_{1/2}^n$  verknüpft ist, soll diese mit  $D_1^n$  verknüpft sein, was nach den eindeutigen Darstellungen der Raum-drehungen zerfällt. Eine solche Algebra kann man angeben, samt einer Überalgebra mit den irreduziblen Darstellungsgraden (dem Spin  $n, n-1, \dots, -n$  entsprechend):

$$\begin{array}{ccccccc} n=0 & & & & 1 & & \\ & 1 & & & 1 & 1 & 1 \\ & 2 & & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ & 3 & & 1 & 3 & 6 & 7 & 6 & 3 & 1 \end{array} \quad (2)$$

Das Bildungsgesetz dieser „Trinomialzahlen“ entspricht dem der Binomialkoeffizienten. Es ist

$${}^3\binom{n}{r} = {}^3\binom{n-1}{r-2} + {}^3\binom{n-1}{r-1} + {}^3\binom{n-1}{r}. \quad (3)$$

Ein Elementarteilchen wird von zwei Faktoren erzeugt, dem allen Erscheinungen mit nicht verschwindender Ruhmasse eigenen binären System  $n=16$ , und einem kinematischen Faktor in Form eines ternären Austauschsystems. Durch direkte Multiplikation beider Austauschsysteme entsteht ein Produktraum, dessen irreduzible Darstellungen den Spinzahlen  $s'' = 8 + {}^3n; 8 + {}^3n - 1; \dots; -8 - {}^3n$ , zuzuordnen sind. Einer solchen bestimmten Darstellung soll ein Elementarteilchen entsprechen, welches demgemäß durch die Angabe der beiden Zahlen  ${}^3n, s''$  charakterisiert wird. Festsetzung: Die Masse des Teilchens ist gleich der Spur der Größe  $1 \times 1$ .

Die Auswahl unter diesen Elementarteilchen ist nicht groß. Wir setzen für das Neutron  $s'' = 4, {}^3n = 4$ , für das Elektron  $s'' = 7, {}^3n = 1$ . Das Proton muß als zusammengesetztes Teilchen betrachtet werden, wie sich bei der Berechnung der Coulombschen bzw. gravitierenden Anziehungskräfte herausstellen wird. Die Spurberechnung für Elektron und Neutron ist aus folgendem Schema ersichtlich:

$$\left. \begin{array}{ccc} \binom{16}{k} & {}^3\binom{1}{r} & {}^3\binom{4}{r} \\ \begin{array}{r} 1 \\ 16 \\ 120 \\ 560 \\ 1820 \\ 4368 \\ 8008 \\ 11440 \\ 12870 \\ 11440 \\ \dots \end{array} & \begin{array}{c} \uparrow \\ 137 \\ \downarrow \end{array} & \begin{array}{r} 1 \\ 4 \\ 10 \\ 16 \\ 19 \\ 16 \\ 10 \\ 4 \\ 1 \\ \dots \end{array} \\ s'' = 7 & & s'' = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 137 = \sum_k \binom{16}{k} {}^3\binom{1}{k}; \\ 253403 = \sum_k \binom{16}{k} {}^3\binom{4}{k}. \end{array} \quad (4)$$

Die noch festzulegende Massen- bzw. Energieeinheit sei 1 „gran“ genannt. Das Elektron hat die Masse 137 gran, das Neutron die Masse 253 403 gran. Das Verhältnis beider Massen ist 1 : 1850; gegen das Experiment etwas zu groß, wovon gleich noch zu sprechen sein wird.

Nach dieser Annahme über die Eigenenergien der Elementarteilchen fragen wir nach ihrer räumlichen Struktur. Durch folgenden Ansatz wird im wesentlichen der diskrete Translationsraum erzeugt: Es liege ein ruhendes Elementarteilchen der Masse  $m$  vor. Sein Feld unterliegt dem nicht weiter teilbaren Maßstab  $1/m$ . In ein Kontinuum eingebettet kann man anschaulicher sagen, das Elementarteilchen ( $s''$ ,  ${}^3n$ ) ist eine im Betrag  $1/m$  unscharfe Erscheinung. Dabei ist die Längeneinheit, 1 (cm) genannt,

$$1 \text{ (cm)} = 3,328 \cdot 10^{-8} \text{ cm} \quad (5a)$$

(das ist ungefähr der Umfang der ersten Bohrschen Bahn). Die Lichtgeschwindigkeit ist gleich 1 zu setzen, man erhält

$$1 \text{ (sec)} = 1,109 \cdot 10^{-18} \text{ sec.} \quad (5b)$$

Man schreibt demnach insbesondere dem ruhenden Elektron einen „Durchmesser“  $1/137 \sim 2,4 \cdot 10^{-10} \text{ cm}$  zu. Ein im Ausmaß  $1/137$  verschwommenes „Coulomb-Feld“ der Elektronenladung kann eine Energie nicht wesentlich über  $137/1000$  haben. Diese elektrostatische Feldenergie, im Betrag einiger Tausendteile der Gesamtenergie, wird zur Masse 137 hinzutreten. Die effektive Masse des Elektrons wird somit  $m = 137 + 0, \dots$ . So möge man vorläufig ansetzen:

$$137 \text{ (g)} = 0,898 \cdot 10^{-27} \text{ g}$$

oder

$$1 \text{ gran} = 6,55 \cdot 10^{-30} \text{ g.} \quad (5c)$$

Jetzt wird ein Elementarteilchen mit der Geschwindigkeit  $v$  betrachtet. Seine de Broglie-Welle habe die Frequenz  $\nu$  und die Wellenzahl  $\mu$ . Es ist

$$\left(\frac{\nu}{m}\right)^2 = 1 + \left(\frac{\mu}{m}\right)^2, \quad (6)$$

was Lorentz-Invariant ist. Mit der Gruppengeschwindigkeit  $v = \frac{\partial \nu}{\partial \mu}$  wird

$$\mu = \frac{m \cdot v}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad \nu = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2}}.$$

Für den Teilchendurchmesser wird jetzt  $1/\nu$  in Frage kommen. (6) wird so interpretiert.  $\nu$  und  $\mu$  sind zu zählen nicht auf der Einheit 1 (cm) bzw. 1 (sec), sondern auf der Minimalausdehnung  $1/m$ . (6) gilt für den Translationsraum, überdies für den Rotationsraum  $D_1$ . Im ersten kann  $\mu$  alle reellen Werte annehmen, im zweiten ist es an die Bedingung  $\mu = i/n$  ge-



knüpft ( $i^2 = -1$ ;  $n$  ganze Zahl), welche eine gewisse Periodizitätsforderung vorstellt. Für  $\mu = i$  möge man an die Bewegung auf der innersten Bohrschen Bahn denken; auf die höheren Bahnen soll jetzt nicht eingegangen werden, sie entstehen aus quadratischen Erweiterungen, welche dann auch für die magnetischen Bahnmomente verantwortlich sind. — Insbesondere erhält man für das Elektron im Felde einer ruhenden (positiven) Elementarladung:

$$r = \sqrt{m^2 - 1} \sim m - \frac{1}{2 \cdot m} = 137 - \frac{1}{274},$$

was mit der empirischen Bindungsenergie von 13,5 e-Volt gut übereinstimmt. Unserem Ansatz gemäß ist  $r$  nicht nur Frequenz, sondern zugleich auch die Energie, das Plancksche Wirkungsquantum muß also im neuen System den Zahlwert 1 haben. Man rechnet mit Hilfe von (5) um:

$$1 \text{ (erg} \cdot \text{sec)} = 6,541 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec.} \quad (7)$$

Aus dem Energiewert  $1/274$  läßt sich die Elektronenladung berechnen, wenn man die klassische Vorstellung

$$\frac{e^2}{r} = \frac{2}{2 \cdot 137}; \quad r = \frac{1}{2\pi}$$

zugrunde legt. Man erhält  $e = 1/\sqrt{2\pi \cdot 137} \rightarrow 4,775 \cdot 10^{-10}$  elst. Einh.

Das galt für Elektronen, wo  ${}^3n = 1$  ist. Für höhere Drehräume ist die Beziehung (6) sinngemäß zu erweitern. Das Resultat lautet:

$$\left(\frac{r}{m}\right) \left(\frac{r}{m}\right)^{3n} = 1 + \left(\frac{\mu}{m}\right)^{2 \cdot 3n}. \quad (8)$$

Die daraus berechnete Anziehungskonstante für  ${}^3n = 1$ ,

$$g \cdot \frac{m^2}{1} = \frac{2}{5 \cdot (253403)^2}, \quad (9)$$

wird in CGS:  $g = 6,71 \cdot 10^{-7} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2}$ .

Damit ist auch die im Verhältnis  $10^{40}$  klaffende Diskrepanz zwischen elektrischen und Gravitationskräften gelöscht: Es gravitieren nur die Neutronen (dann auch die Protonen als daraus abgeleitete Teilchen), aber nicht die Elektronen. Die Gravitation der Elektronen ist die Coulomb-Kraft.

Herrn Prof. Jordan danke ich zahlreiche Hinweise auf die Probleme der modernen Physik. Die wirtschaftliche Grundlage meines Studienaufenthaltes bei ihm gab mir die Deutsche Forschungsgemeinschaft durch Gewährung eines Forschungsstipendiums, was mich zu großem Dank verpflichtet.

## Über die Hyperfeinstruktur der verbotenen Quecksilberlinie 2655,8 Å ( $6^3P_0 - 6^1S_0$ ).

Von S. Mrozowski in Warschau.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 29. November 1937.)

Es wurde die Hyperfeinstruktur der verbotenen Quecksilberbogenlinie 2655,8 Å, die bei optischer Anregung des Hg-Dampfes und bei Zusatz von Stickstoff auftritt, mittels eines hochauflösenden Spektralapparates untersucht. Es hat sich ergeben, daß diese Linie aus zwei Komponenten besteht, die von den zwei ungeradzahigen Hg-Isotopen emittiert werden. Die Durchbrechung des für die Impulsquantenzahl  $J$  geltenden Verbots  $J = 0 \rightarrow J = 0$  wird durch die Kopplung des magnetischen Moments des Kerns mit dem Leuchtelektron verursacht.

Hauptsächlich dank den Untersuchungen von Bowen einerseits und von Rubinowicz und seinen Schülern andererseits konnte im letzten Jahrzehnt der Charakter der verbotenen Strahlung geklärt werden<sup>1)</sup>. Es hat sich ergeben, daß die verbotenen Spektrallinien (d. h. die für die elektrische Dipolstrahlung verbotenen Übergänge) verschiedenen Ursprung haben: Erstens kann eine spontane Quadrupol- oder magnetische Dipolstrahlung auftreten, zweitens können die Auswahlverbote für die elektrische Dipolstrahlung durch Anwesenheit äußerer elektrischer oder magnetischer Felder durchbrochen werden, endlich können die Auswahlregeln ihre genaue Geltung wegen der Kopplung der Bahn- und Spinnmomente der Elektronen mit dem magnetischen Moment des Atomkerns verlieren. Die meisten verbotenen Spektrallinien wurden auf Grund dieser Gesichtspunkte klassifiziert. Die Zuordnung zum entsprechenden Strahlungstypus wurde im Falle der Quadrupol- und magnetischen Dipolstrahlung für einige Linien mittels Untersuchung ihrer Zeeman-Effekte, im Falle der durch äußere Felder erzwungenen Dipolstrahlung durch Untersuchung ihrer Intensität in Abhängigkeit von der Seriengliednummer und von der Feldstärke verifiziert. Dagegen wurde im Falle der durch die Kopplung mit dem Kernmoment verursachten Störung (d. h. der durch das inhomogene magnetische Feld des Kerns erzwungenen Dipolstrahlung) bisher kein direkter Beweis gegeben, daß die verbotenen Linien nur von Isotopen emittiert werden, die von Null verschiedene magnetische Kernmomente

<sup>1)</sup> Siehe die zusammenfassenden Berichte von A. Rubinowicz u. J. Blaton, *Ergebn. d. exakt. Naturwiss.* **11**, 176, 1932; I. S. Bowen, *Rev. of mod. Phys.* **8**, 58, 1936; H. Niewodniczański, *Acta Phys. Pol.* **5**, 120, 1936.

haben. Die Überlegungen von Paschen<sup>1)</sup> zeigen zwar, daß im Falle des d-Spektrums infolge der Störung der Feinstruktur durch die Hyperfeinstrukturaufspaltungen verbotene Multiplettkomponenten emittiert werden; der direkte Vergleich ist aber in diesem Falle nicht möglich, weil Aluminium nur aus einem ungeradzahligem Isotop besteht. Paschen hat darauf hingewiesen, daß die verbotenen Hg-Linien 2967,5, 2536,0 und 2379,5 Å wahrscheinlich den gleichen Ursprung haben und deshalb nur von ungeradzahligem Hg-Isotopen, die von Null verschiedene Kernmomente haben, emittiert werden; zu demselben Schluß gelangten unabhängig auch Goudsmit und Bacher<sup>2)</sup>, die die Frage quantitativ untersucht haben. Die letzteren Forscher haben gezeigt, daß infolge der Störung verbotene Linien mit einer Intensität emittiert werden, die  $I = \frac{\delta}{A + \delta} \cdot I_0$  gleich ist; hierbei

bedeuten  $I_0$  die Intensität der entsprechenden erlaubten Linie,  $A$  den Abstand beider sich störenden Energieniveaus mit gleichen  $f$ -Quantenzahlen und  $\delta$  die Störung des Abstandes dieser Niveaus, die durch die Kopplung mit dem Kernmoment hervorgerufen ist. Im Falle der Linie 2967,5 Å haben sie gute Übereinstimmung der Intensität mit den Störungen der Lagen der Hyperfeinstrukturniveaus gefunden, dagegen sind sie der Meinung, daß keine Übereinstimmung im Falle der beiden anderen Linien vorhanden ist. Eine Bestätigung der Ansicht, daß die Linie 2967,5 Å nur von den ungeradzahligem Hg-Isotopen emittiert wird, finden Goudsmit und Bacher in der vor vielen Jahren von Wendt<sup>3)</sup> gefundenen Struktur dieser Linie, die den Erwartungen angenähert entspricht. Es muß aber bemerkt werden, daß von Wendt die Struktur nicht völlig aufgelöst wurde und die Untersuchungen mit einer Lichtquelle durchgeführt wurden, bei der man nicht garantieren kann, die korrekten Hyperfeinstrukturbilder zu erhalten. Um etwas sichereres aussagen zu können, müßte man diese Linie mit modernen Hilfsmitteln untersuchen.

Zu den recht zahlreichen verbotenen Linien, die wahrscheinlich der Kopplung mit dem Kernmoment ihre Entstehung verdanken, werden auch die beiden Hg-Linien gezählt, die dem Übergang von den metastabilen Niveaus  $6^3P_2$  und  $6^3P_0$  zum Normalzustand entsprechen. Die zweite von diesen Linien ist aus dem Grunde besonders interessant, weil sie für alle Multipolstrahlungstypen verboten ist. Da die erste von Rayleigh in Absorption, die zweite von Wood in Fluoreszenz beobachtet wurde,

<sup>1)</sup> F. Paschen, Sitzungsber. d. Preuß. Akad. d. Wiss. XXXII, 502, 1932.

— <sup>2)</sup> S. Goudsmit u. R. F. Bacher, Phys. Rev. **43**, 894, 1933. —

<sup>3)</sup> G. Wendt, Ann. d. Phys. **37**, 545, 1912.

also in Bedingungen, bei welchen das Vorhandensein genügend starker äußerer Felder ausgeschlossen zu sein scheint, hat Bowen<sup>1)</sup> die Vermutung ausgesprochen, daß das Verbot durch Anwesenheit magnetischer Kernmomente durchbrochen wird. Damals gab es keine Möglichkeit, diese Vermutung experimentell zu prüfen, weil die Hyperfeinstruktur des Quecksilberbogenspektrums noch nicht genügend erforscht und die Kernmomente der Hg-Atome nicht bekannt waren. Etwas später wurde die Analyse der Hyperfeinstruktur des Hg-Spektrums von verschiedenen Forschern durchgeführt, so daß die Struktur dieser Linien von vornherein berechnet werden kann. Es ergibt sich z. B., daß für die Linie 2655,8 Å nach der Bowenschen Deutung nur zwei Komponenten zu erwarten sind, die den zwei ungeradzahligen Hg-Isotopen entsprechen, im Gegensatz zum Falle der Einwirkung äußerer Felder, bei der alle sechs Hg-Isotope diese Linie emittieren sollen. Auf Grund der Untersuchung der Hyperfeinstruktur einer dieser verbotenen Linien kann also ihr Charakter aufgeklärt werden. Der Verfasser hat schon im Jahre 1932 geplant, die Hyperfeinstruktur der Linie 2655,8 Å zu untersuchen; aus äußeren Gründen wurden aber die Versuche erst vor zwei Jahren begonnen<sup>2)</sup>. Gleichzeitig und unabhängig hat auch Niewodniczański dieselbe Frage in Angriff genommen<sup>2)</sup>, jedoch wurde seine Arbeit aus äußeren Gründen nicht beendet. Erst vor kurzem ist es mir gelungen, alle experimentellen Schwierigkeiten zu überwinden und genügend gute Aufnahmen zu erhalten; über die Ergebnisse dieser Versuche wird im folgenden berichtet.

Die Apparaturanordnung war die folgende (siehe Fig. 1): Das Licht eines stark gekühlten Quecksilberbogens  $Q$  wurde mittels einer zylindrischen Linse  $L$  aus geschmolzenem Quarz (18 cm Länge,  $f \sim 2$  cm für 2500 Å) in die Mitte eines Fluoreszenzgefäßes  $F$  konzentriert. Der Quecksilberbogen wurde auf der ganzen Länge mittels eines Wassermantels gekühlt; um aber die Resonanzlinie 2537 Å nicht selbstumgekehrt zu erhalten, wurde der Kühlmantel von einer Seite auf der ganzen Länge aufgeschnitten und im mittleren Quarzrohr eine Einsenkung gemacht (siehe den Querschnitt der Lampe  $Q_{\perp}$  Fig. 1). Im Fluoreszenzgefäß befand sich der bei Zimmertemperatur gesättigte Hg-Dampf mit verschiedenen Zusätzen von Stickstoff; das Stickstoffgas wurde auf gewöhnlichem Wege aus Natrium-

<sup>1)</sup> L. D. Huff u. W. V. Houston, Phys. Rev. **36**, 842, 1930. Bowen hat nur betreffs der Linie 2270 Å diese Vermutung ausgesprochen, es ist aber ja sehr wahrscheinlich, daß beide Linien gleichen Charakter haben. — <sup>2)</sup> S. H. Niewodniczański l. c. und meine Diskussionsbemerkungen am Schluß dieses Vortrages.



erhalten. Das Fluoreszenzgefäß  $F$  war ein gewöhnliches Quarzrohr von 25 mm Durchmesser, das an einem Ende mit einem Quarzfenster verschlossen, an dem anderen zu einer Rayleighschen Lichtfalle krumm ausgezogen wurde. Da das Quarzrohr nicht ganz frei von Gasblasen war und etwas gestreutes Licht auf der dem Fenster gegenüberliegenden Quarzwand bemerkt werden konnte, wurde in dem Fluoreszenzgefäß eine aus gewöhnlichem dunklem Glas ausgeschnittene Platte  $P$  eingerichtet. Das optische System wurde so eingestellt, daß ein Bild dieser Platte auf dem Spalt  $S$  des Spektrographen erhalten wurde; in dieser Weise wurde Streulicht

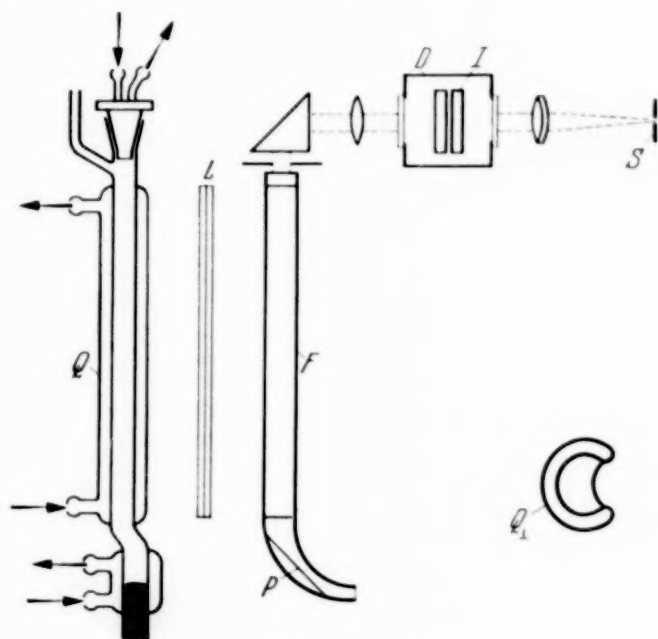


Fig. 1.

im Ultravioletten völlig vermieden. Als hochauflösender Apparat wurde zuerst eine Lummer-Gehrckesche Quarzplatte und später ein mit Hochheimscher Legierung bedecktes Fabry-Perot-Etalon I (3 und 7 mm Plattenabstand) verwendet. Die Versuche mit der Lummer-Platte waren vergeblich, weil die Intensität der Interferenzbilder klein ist, die Aufnahmen zu lange dauern und es während einer langen Zeit sehr schwierig ist, die Temperatur genügend konstant zu halten. Obwohl das Etalon bei demselben Ordnungsabstand ein kleineres Auflösungsvermögen im untersuchten Spektralgebiet hat, besitzt es mehrere Vorteile: Erstens sind die Interferenzbilder viel intensiver, zweitens ist das Etalon viel leichter in den Strahlengang einzujustieren und drittens ist es in bezug auf Temperaturschwankungen viel weniger empfindlich. Der Einfluß der kleinen Zimmertemperaturschwankungen wurde fast völlig unschädlich gemacht, indem einem freundlichen Rat des Herrn Dr. E. Williams (London) folgend,

die Luft von der Druckkammer *D* weggepumpt wurde; es wurden deshalb keine weiteren die Temperaturkonstanz gewährleistenden Maßnahmen getroffen. Das Stativ, auf dem das Etalon aufgestellt war, wurde mit dem Spektrographenspalt mittels einer speziellen Anordnung starr verbunden. In dieser Weise wurde der Einfluß etwaiger Erschütterungen auf die Schärfe der Interferenzstreifen vermieden. Der benutzte Spektrograph war ein großer mit besonders lichtstarker Quarzoptik ausgerüsteter Spektrograph von Hilger (large interchangeable Spectrograph, 1,5 m Fokallänge), der im untersuchten Gebiet eine Dispersion von 3,5 Å/mm hat. Die Aufnahmen wurden auf verschiedenen Platten höchster Empfindlichkeit gemacht.

Die größten experimentellen Schwierigkeiten hat die Steigerung der Intensität der verbotenen Linie bereitet. Es ist bekannt, daß, wenn in das den Quecksilberdampf enthaltende Fluoreszenzgefäß etwas Stickstoff hineingelassen wird, die Konzentration der metastabilen  $6^3P_0$ -Hg-Atome so stark zunimmt, daß obwohl die Übergangswahrscheinlichkeit der verbotenen Linie sehr klein ist, diese Linie in Emission beobachtet wird. Um die Intensität der verbotenen Linie zu steigern, muß das Bogenlicht eine möglichst starke und nicht selbstumgekehrte Resonanzlinie 2537 Å emittieren. Wenn die Bogenstromstärke gesteigert wird, verbreitert sich die Linie 2537 Å, gleichzeitig werden die anderen Bogenlinien intensiver, was zu einer Zerstörung der metastabilen Atome durch Absorption und Übergang zu hochangeregten Zuständen führt. Die Bogenstromstärke kann also nicht zu groß gewählt werden; die günstigste benutzte Stromstärke betrug 8 bis 10 Amp. Es wurde versucht, die Intensität der verbotenen Linie zu steigern durch innere Versilberung des Kühlmantels des Bogens *Q* und durch Anwendung eines zylindrischen Nickelspiegels hinter dem Fluoreszenzgefäß; die Kunstgriffe helfen aber nicht viel, weil die Spiegel hauptsächlich Licht reflektieren, das die Mitte der Komponenten der Linie 2537 Å schon nicht enthält. Es wurde auch die günstigste Stellung für die Linse *L* aufgesucht. Weiter wurde, den Angaben von Wood und Gaviola<sup>1)</sup> folgend, etwas Wasserdampf in das Fluoreszenzgefäß zusammen mit dem Stickstoffgas hineingelassen. Es hat sich ergeben, daß in Übereinstimmung mit den Beobachtungen von Wood und Gaviola die verbotene Linie relativ zu den benachbarten Hg-Linien stärker wird; entgegen der Behauptung von Wood und Gaviola wird aber ihre Intensität kleiner als im Falle des Zusatzes von wasserdampf-freiem Stickstoff, was wahrscheinlich mit der sehr schnellen photochemischen Bildung der H<sub>2</sub>-Moleküle zusammenhängt. Deshalb wurden die Aufnahmen

<sup>1)</sup> R. W. Wood und E. Gaviola, Phil. Mag. **6**, 271, 1928

des Hyperfeinstrukturspektrums ausschließlich mit Zusätzen von reinem Stickstoff gemacht: es mußte alle 15 Minuten das Gas abgepumpt und eine frische Portion eingelassen werden, weil, wie es Wood und Gaviola gezeigt haben, Spuren von Wasserstoff aus den Quarzwänden durch die metastabilen Hg-Atome herausgerissen werden, was zu einer recht schnellen Verkleinerung der Intensität der verbotenen Linie führt.

Die Vergrößerung einer der endgültigen Aufnahmen, die beim Plattenabstand von 7 mm erhalten wurde, ist in Fig. 2 wiedergegeben. Sie wurde bei Zusatz von etwa 6 mm Stickstoff in 7 Stunden erhalten. Aus der Auf-

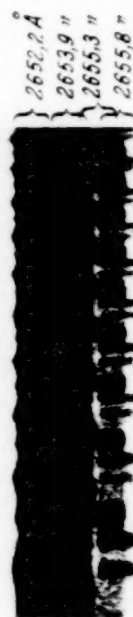


Fig. 2.

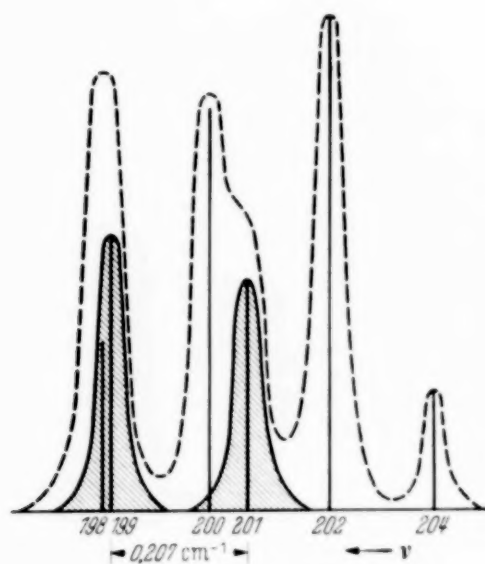


Fig. 3.

nahme ist die Dublettstruktur der verbotenen Linie klar zu erkennen. Rossetot<sup>1)</sup> hat gezeigt, daß bei Vergrößerung des Stickstoffdruckes die Intensität der verbotenen Linie bis 300 mm steigt und erst dann langsam zu sinken beginnt. Es wurde deshalb auch bei höheren Stickstoffdrücken (60 mm) eine Aufnahme gemacht; es hat sich aber ergeben, daß alle Fluoreszenzlinien etwas breiter und die Interferenzaufnahmen deshalb weniger deutlich werden.

Die Aufnahme Fig. 2 wurde ausgemessen und der Abstand der beiden Komponenten der Linie ermittelt. Es wurde  $0,188 \pm 0,005 \text{ cm}^{-1}$  erhalten. In Fig. 3 ist die auf Grund einer früher von mir<sup>2)</sup> durchgeführten Analyse der Struktur der Resonanzlinie 2537 Å zu erwartende Struktur der ver-

<sup>1)</sup> G. A. Rossetot, Phys. Rev. **49**, 871, 1936. — <sup>2)</sup> S. Mrozowski, Bull. de l'Acad. Pol. 489, 1931; vgl. auch Helv. Phys. Acta **9**, 27, 1936.

botenen Linie dargestellt. Die relativen Verschiebungen der Linien, die verschiedenen Hg-Isotopen entsprechen, sind durch den Isotopenverschiebungseffekt im Normalzustand  $6^1S_0$  verursacht; es ist ja bekannt, daß in den  $P$ -Zuständen kein Isotopenverschiebungseffekt beobachtet wird<sup>1)</sup>. Die Höhen der Geraden sind den Isotopenkonzentrationen proportional; die gestrichelte Linie stellt die Struktur der Linie für den Fall dar, daß alle Hg-Isotope die Linie emittieren würden, die ausgezogene dagegen den besonderen Fall der ausschließlichen Emission der ungeradzahligen Hg-Isotopen. Aus dem Vergleich mit Fig. 2 ist ersichtlich, daß im Experiment der letztere Fall realisiert ist.

Der auf Grund der Analyse der Struktur der 2537 Å-Linie gefundene Abstand der Komponenten 199 und 201 ist deutlich größer als der auf Grund der Messungen erhaltene<sup>2)</sup>; die Abweichung liegt außerhalb der Genauigkeitsgrenzen der Messungen und weist darauf hin, daß entweder die bei den Schwerpunktsberechnungen gemachten Annahmen nicht korrekt sind (vielleicht sind die Intensitätsverhältnisse in den Hyperfeinstrukturmultipletts von denen auf Grund der  $[j, i]$ -Kopplung berechneten verschieden) oder, entgegen der früher vom Verfasser ausgesprochenen Ansicht<sup>3)</sup>, die Englische Korrektur des Strukturschemas der Linie 2537 Å zutreffend ist.

Wenn man die Annahme macht, daß die Kopplung des magnetischen Moments des Kerns mit dem Leuchtelektron dem Absolutwert des magnetischen Moments des Kerns proportional ist, ist ersichtlich, daß das im Experiment beobachtete Intensitätsverhältnis der Komponenten der verbotenen Linie kleiner als das Verhältnis der Isotopenkonzentrationen (1.20) sein muß, weil das magnetische Kernmoment des Isotopes 199 kleiner als das des Isotopes 201 ist [0.9mal nach Goudsmit<sup>4)</sup>]. Wegen der bekannten Schwierigkeiten der Intensitätsbestimmungen mit Interferenzapparaten wurden entsprechende photometrische Untersuchungen nicht durchgeführt. Die Betrachtung der Aufnahme Fig. 2 zeigt jedoch, daß das Intensitätsverhältnis der Komponenten eher größer als das Konzentrationsverhältnis zu sein scheint, so daß hier wahrscheinlich nicht nur der Absolutwert des magnetischen Kernmoments, sondern auch andere Ursachen (die Größe des mechanischen Moments oder das Vorzeichen des magnetischen Moments) einen Einfluß haben müssen. Ohne genaue theoretische Analyse des Entkopplungsvorgangs kann aber nichts Näheres darüber gesagt werden.

<sup>1)</sup> Vgl. z. B. H. Schüler u. J. E. Keyston, ZS. f. Phys. **72**, 432, 1931.

— <sup>2)</sup> Die Differenz ist für die Schülersche Analyse (l. c.) noch größer. —

<sup>3)</sup> S. Mrozowski, Helv. Phys. Acta **9**, 27, 1936. — <sup>4)</sup> S. Goudsmit, Phys. Rev. **43**, 636, 1933; siehe auch E. Fermi u. E. Segré, ZS. f. Phys. **82**, 729, 1933.



Gaviola<sup>1)</sup> hat gezeigt, daß das Verhältnis der Übergangswahrscheinlichkeiten für die Linien 2537 Å und 2655,8 Å etwa  $10^8$  beträgt; wenn man aber berücksichtigt, daß die verbotene Linie nur von den ungeradzahligen Isotopen emittiert wird, so ist diese Zahl noch durch 3 zu dividieren. Da die nächsten Hyperfeinstrukturniveaus, die dieselbe  $J$ -Quantenzahl haben, die Niveaus des  $6^3P_1$ -Zustandes des Hg-Atoms sind, so muß die Störung der Lagen der Niveaus des  $6^3P_0$ -Zustandes für die ungeradzahligen Isotopen nach der Formel von Goudsmit und Bacher  $\delta = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$  betragen, was unbeobachtbar klein ist.

Zum Schluß möchte ich Herrn Prof. C. Białobrzeski für das Interesse, das er dieser Arbeit entgegengebracht hat, und Herrn Dr. E. Hochheim (Heidelberg) für die freundliche Bedeckung meines Fabry-Perot-Etalons mit seiner Al-Legierung, was einen entscheidenden Einfluß auf den Erfolg der vorliegenden Arbeit hatte, meinen herzlichsten Dank sagen.

Warschau, Institut für theoretische Physik der J. Piłsudski-Universität.

<sup>1)</sup> E. Gaviola, Contr. al Estudio de las Ciencias, La Plata **5**, 65, 1929.

## Das Verhältnis von Elektronen zu Photonen bei einem kosmischen Strahlenschauer.

Von **H. Geiger** und **O. Zeiller**, Charlottenburg.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 7. Dezember 1937.)

Es wurden mit drei verschiedenen Anordnungen Messungen angestellt über das Zahlenverhältnis der nicht-ionisierenden zu den ionisierenden Strahlen in einem kosmischen Ultraschauer. Die ionisierenden Strahlen wurden dabei durch das Auftreten von Koinzidenzen, die nicht-ionisierenden durch das Ausbleiben von Koinzidenzen festgestellt. Es ergab sich, daß mit jedem Elektronenschauer ein relativ intensiver und stark diffuser Photonenschauer verkoppelt ist. Es entfallen in einem Schauer auf ein Elektron rund 50 Photonen.

*1. Einleitung.* Nach einem von Geiger und Fünfer<sup>1)</sup> angegebenen Strahlenschema besteht ein kosmischer Strahlenschauer aus einem Komplex von drei verschiedenen Strahlenarten, die als *C*-Strahlen, *D*-Strahlen und *E*-Strahlen bezeichnet wurden. Dabei sind unter den *C*-Strahlen die energiereichen Elektronenpaare verstanden, welche die schauerauslösende *B*-Strahlung beim Durchgang durch Materie erzeugt. Als *D*-Strahlen sind die Bremsquanten bezeichnet, die bei der Absorption der *C*-Strahlen entstehen und zusammen mit ihnen aus der Metallschicht austreten. Diese *D*-Quanten haben eine mittlere Energie von nur  $10^6$  e-Volt und erfahren darum auch in Materie eine erhebliche Streuung. Durch das Auftreten solcher gestreuter Strahlen konnten die Rückstrahleffekte gedeutet werden, die von Fünfer<sup>2)</sup>, Heidel<sup>3)</sup> und Hosemann<sup>4)</sup> eingehend untersucht worden sind. Allerdings mußte dabei vorausgesetzt werden, daß jeder kosmische Elektronenschauer mit einem strahlenreichen Photonenschauer verkoppelt ist. Um hierüber Klarheit zu gewinnen, haben wir in vorliegender Arbeit versucht, durch geeignete Messungen zahlenmäßig festzustellen, wie stark bei einem Schauer die *D*-Quanten beteiligt sind.

*2. Versuchsanordnung 1.* Unter einem Bleiblech von der Größe  $13 \times 40 \text{ cm}^2$  befand sich eine Reihe von Zählrohren in der aus Fig. 1 ersichtlichen Gruppierung. Die Zählrohre bestanden aus Messing von 0,5 mm Wandstärke und waren in Glas eingeschmolzen. Das kleine Rohr 1 war 17 cm lang und hatte einen Durchmesser von 1,5 cm, während bei den größeren Rohren die Länge 20 cm und der Durchmesser 3 cm betrug. Die

<sup>1)</sup> H. Geiger u. E. Fünfer, ZS. f. Phys. **93**, 543, 1935. — <sup>2)</sup> E. Fünfer, ebenda **83**, 92, 1933. — <sup>3)</sup> E. Heidel, Diss. Tübingen 1935. — <sup>4)</sup> R. Hosemann, ZS. f. Phys. **100**, 212, 1936.

Röhre waren bei dieser wie bei den folgenden Anordnungen durch Pappschablonen in genau der gewünschten Lage gehalten. Die Verstärkeranordnung besaß ein hohes Auflösungsvermögen und war so gebaut, daß gleichzeitig Zweifach- bis Fünffachkoinzidenzen registriert werden konnten. Mit ihr wurden für die in Tabelle 1, Spalte 1, verzeichneten Zählrohrkombinationen die Koinzidenzen mit und ohne Blei abgezählt.

Tabelle 1. Koinzidenzzahlen pro Stunde bei Anordnung I.

Koinzidenzart	Ohne Blei	Zunahme mit Blei
-1-3-4-	$1,3 \pm 0,1$	$9,1 \pm 0,3$
-1-2-3-4-	$0,5 \pm 0,1$	$8,2 \pm 0,2$
-3-4-	$43,6 \pm 0,5$	$35,6 \pm 1,1$
-2-3-4-	$5,8 \pm 0,3$	$18,9 \pm 0,6$

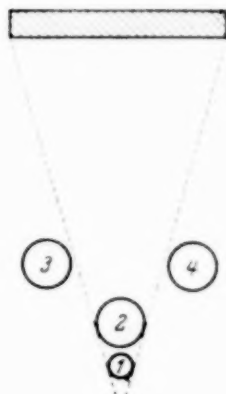


Fig. 1. Versuchsanordnung I.

Falls die Schauer ausschließlich aus Elektronenstrahlen bestünden, müßte jedesmal, wenn Rohr 1 von einem aus dem Blei kommenden Schauerstrahl getroffen wird, auch Rohr 2 ansprechen, da die Geometrie der Anordnung derartig war, daß jeder aus dem Blei kommende Elektronenstrahl, der Rohr 1 durchsetzte, auch durch Rohr 2 hindurchgegangen sein mußte. Jede Dreifachkoinzidenz -1-3-4- mußte somit immer mit einer Vierfachkoinzidenz -1-2-3-4- zusammenfallen. Eine längere Meßreihe, die in Tabelle 1 wiedergegeben ist, ergab, daß dies nicht der Fall war<sup>1)</sup>. Den 9,1 stündlichen Dreifachkoinzidenzen standen nur 8,2 Vierfachkoinzidenzen gegenüber. Dieser Unterschied konnte nicht auf Unzulänglichkeiten der Zählrohre zurückgeführt werden, da wir uns durch systematische Messungen wiederholt davon überzeugt haben, daß die Zählrohre mindestens 99% der durchgehenden Strahlen registrierten<sup>2)</sup>. Es muß also der Schluß gezogen werden, daß unter den 9,1 Fällen, in denen es infolge eines Schauers zu einer Dreifachkoinzidenz -1-3-4- kam,  $9,1 - 8,2 = 0,9$  Fälle gewesen

<sup>1)</sup> Die in den Tabellen angegebenen Fehlergrenzen  $F$  sind nach der Formel  $F = 0,68 \sqrt{N/T}$  berechnet, wo  $N$  die Zahl aller registrierten Koinzidenzen und  $T$  die Zahl der Registrierstunden bedeuten. — <sup>2)</sup> Zur Prüfung waren mehrere Rohre derart untereinander angeordnet, daß ihre Achsen parallel zueinander in einer Ebene lagen. Ein das oberste und das unterste Rohr durchsetzender Ultrastrahl mußte dann auch durch alle zwischenliegenden Rohre hindurchgehen. Durch Koinzidenzmessungen wurde dann festgestellt, daß diese Rohre in praktisch allen Fällen ansprachen.

sein müssen, in denen Rohr 1 nicht durch einen Elektronenstrahl, sondern aus anderem Grunde, wahrscheinlich durch ein Photon zum Ansprechen kam. Das Verhältnis der Zahl der im Zählrohr wirksamen Photonen zur Zahl der hindurchgehenden Elektronen, das im folgenden immer mit  $\gamma/\beta$  bezeichnet wird, betrug also unter den vorliegenden Versuchsbedingungen 0,11. Diese Zahl ist aber nur eine untere Grenze, wie in Ziffer 5 näher ausgeführt wird.

3. *Versuchsanordnung II.* Bei den Versuchen mit Anordnung I lagen die Zählrohre 1 und 2 in der Mittellinie der Bleischicht und außerdem symmetrisch zu den beiden Rohren 3 und 4. Das gemessene Verhältnis  $\gamma/\beta$  bezog sich daher wesentlich auf Strahlen, welche in Richtung der Hauptschauerachse (Vertikale) verliefen. Es erschien uns wahrscheinlich, daß sich die Zahlen von Tabelle 1 merklich verschieben würden, wenn wir mit Rohr 1 aus der Hauptrichtung der Schauerstrahlen herausgingen. Bei den mit Anordnung II (Fig. 2) ausgeführten Versuchen wurde Rohr 1 im wesentlichen von Strahlen getroffen, die unter einem Winkel von etwa  $20^\circ$  zur Vertikalen liefen. Die gemessenen Koinzidenzzahlen sind in Tabelle 2 eingetragen; aus ihnen berechnet sich für  $\gamma/\beta$  der erheblich höhere Wert 0,31.

Tabelle 2. Koinzidenzzahlen pro Stunde bei Anordnung II.

Koinzidenzart	Ohne Blei	Zunahme mit Blei
-1-2-3-	$6,9 \pm 0,2$	$14,5 \pm 0,6$
-1-3-4-	$1,5 \pm 0,1$	$6,7 \pm 0,3$
-1-2-3-4-	$0,5 \pm 0,1$	$5,1 \pm 0,3$
-1'-2-3-4-	$1,0 \pm 0,1$	$3,7 \pm 0,1$
-1''-2-3-4-	$0,3 \pm 0,04$	$1,7 \pm 0,1$
-1'-3-4-	$5,2 \pm 0,2$	$8,1 \pm 0,6$
-1''-3-4-	$1,0 \pm 0,1$	$3,7 \pm 0,1$



Fig. 2. Versuchsanordnung II.

Wir haben zur Kontrolle auch einige Messungen ausgeführt, bei denen das Rohr 1 in die Lage 1' bzw. 1'' verschoben war. Jetzt konnte kein aus dem Blei kommender Strahl gleichzeitig die beiden Rohre 1' und 2 bzw. 1'' und 2 durchsetzen. Die für die neuen Lagen gemessenen Koinzidenzzahlen sind ebenfalls in Tabelle 2 eingetragen. Wie zu erwarten, lagen die beiden Koinzidenzzahlen -1'-2-3-4- und -1''-2-3-4- erheblich unter dem Wert von -1-2-3-4-; auffallend war aber die starke Abnahme der Vierfachkoinzidenzen bei dem Übergang von der Lage 1' zu 1'', was auch bei den Dreifachkoinzidenzen -1'-3-4- und -1''-3-4- zum Ausdruck kam.



4. *Versuchsanordnung III.* Die in Fig. 3 wiedergegebene Anordnung III ermöglichte die Messung des Verhältnisses  $\gamma/\beta$  für eine unter großem Winkel zur Vertikalen laufende Strahlenrichtung. Die Rohre 1 und 2, die diesmal beide einen Durchmesser von 3 cm hatten, lagen unter einem Winkel von  $75^\circ$  zur mittleren Schauerachse, während sich die übrigen drei Rohre aus Intensitätsgründen dicht unterhalb der 1,5 cm dicken Bleischicht befanden. Diese Schicht hatte diesmal den aus der Figur ersichtlichen trapezartigen Querschnitt, so daß wieder alle nach Rohr 1 laufenden Strahlen durch

Tabelle 3. Koinzidenzzahlen pro Stunde bei Anordnung III.

Koinzidenzart	Ohne Blei	Zunahme mit Blei
-3-4-5-	$24,0 \pm 0,5$	$110 \pm 2,1$
-2-3-4-5-	$0,8 \pm 0,1$	$3,4 \pm 0,3$
-1-3-4-5-	$0,3 \pm 0,04$	$2,2 \pm 0,1$
-1-2-3-4-5-	$0,2 \pm 0,04$	$1,1 \pm 0,1$

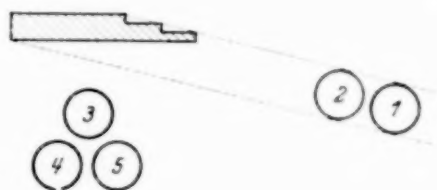


Fig. 3. Versuchsanordnung III.

Rohr 2 hindurchgehen mußten. Da Vierfach- und Fünffachkoinzidenzen gezählt wurden, waren zwar die stündlichen Werte sehr klein, dafür aber fiel der Nulleffekt als Fehlerquelle praktisch nicht mehr ins Gewicht. Die Ergebnisse der Meßreihe sind in Tabelle 3 eingetragen. Wesentlich sind für uns zunächst wieder die beiden letzten Zeilen der Tabelle, aus denen ersichtlich ist, daß nur in 50% der Fälle eine Vierfachkoinzidenz -1-3-4-5- mit einer Fünffachkoinzidenz -1-2-3-4-5- zusammenfiel. Es folgt daraus, daß unter großem Winkel zur Schauerachse die Zählrohre etwa ebenso oft von  $\beta$ - wie von  $\gamma$ -Strahlen zum Ansprechen gebracht werden. Das Verhältnis  $\gamma/\beta$  ist also jetzt gleich 1.

Wir haben die Meßreihe wiederholt, nachdem wir die Rohre 1 und 2 durch Rohre ersetzt hatten, bei denen die in  $\text{g/cm}^2$  gemessene Wandstärke rund zweimal kleiner war. Entsprechend der größeren Durchdringbarkeit dieser Rohre für  $\beta$ -Strahlen stieg die stündliche Vierfachkoinzidenzzahl auf 4,4 und die Fünffachkoinzidenzzahl auf 2,8. Das Verhältnis  $\gamma/\beta$  sank auf 0,57.

5. *Genauere Auswertung der Messungen.* Bezeichnet man bei Meßreihe III die Zahl der Vierfachkoinzidenzen mit  $n_4$  und die Zahl der Fünffachkoinzidenzen mit  $n_5$ , dann müssen unter den  $n_4$  ins Auge zu fassenden Fällen, bei denen ein Schauer auftrat,  $n_4 - n_5$  Fälle gewesen sein, bei denen Rohr 1 durch einen  $D$ -Strahl ausgelöst wurde. Das oben angegebene Verhältnis  $\gamma/\beta$  entspricht dann dem Ausdruck  $(n_4 - n_5)/n_5$ . Die genannten  $n_4 - n_5$  Fälle sind aber nicht alle Fälle, bei denen im Rohr 1 ein  $D$ -Strahl wirksam war.

Denn außer dem Falle, daß ein *C*-Strahl beide Rohre durchsetzt (Wahrscheinlichkeit  $W_1$ ), ist auch der Fall möglich, daß in Rohr 1 und in Rohr 2 je ein *D*-Strahl gleichzeitig wirksam wird (Wahrscheinlichkeit  $W_2$ ) oder schließlich auch der Fall, daß ein *C*-Strahl Rohr 2 derart durchsetzt, daß er nicht auch durch Rohr 1 hindurchgeht, während gleichzeitig Rohr 1 von einem wirksamen *D*-Strahl getroffen wird (Wahrscheinlichkeit  $W_3$ ). Die Summe  $W_1 + W_2 + W_3 = W_0$  gibt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß im Falle eines Schauers die Rohre 1 und 2 gleichzeitig zum Ansprechen kommen. Diese Wahrscheinlichkeit  $W_0$  soll nunmehr berechnet werden:

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Zählrohr *a* bei Auftreten eines Schauers anspricht, sei  $w_a$ , die Wahrscheinlichkeiten, daß es dabei von einem *C*-Strahl bzw. einem wirksamen *D*-Strahl getroffen wird, seien mit  $\beta$  bzw.  $\gamma$  bezeichnet, wobei  $\beta + \gamma = 1$ . Es ist also beispielsweise die Wahrscheinlichkeit, daß Rohr 2 bei einem auftretenden Schauer von einem wirksamen *D*-Strahl durchsetzt wird, gleich  $\gamma w_2$ . Mit diesen Bezeichnungen wird:

$$W_0 = W_1 + W_2 + W_3 = \beta w_1 + \gamma^2 w_1 w_2 + 0,2 \beta \gamma w_1 w_2,$$

wobei der geometrische Faktor 0,2 dem Umstand Rechnung trägt, daß rund 20% der durch Rohr 2 hindurchgehenden *C*-Strahlen an Rohr 1 vorbeigehen. Aus dieser Gleichung kann  $\beta$  bzw.  $\gamma = 1 - \beta$  berechnet werden. Es sind nämlich die Wahrscheinlichkeiten

$$w_0 = \frac{-1-2-3-4-5-}{-3-4-5-} = 0,010,$$

$$w_1 = \frac{-1-3-4-5-}{-3-4-5-} = 0,020,$$

$$w_2 = \frac{-2-3-4-5-}{-3-4-5-} = 0,031.$$

Mit diesen Zahlen ergibt sich  $\gamma/\beta$  zu 1,1 statt 1,0, d. h. die Korrektur ist bei Anordnung III nur von geringem Einfluß. Bei den Anordnungen I und II bewirken dagegen die entsprechenden Korrekturen nahezu eine Verdoppelung der dort angegebenen Werte, was daher rührt, daß die Rohre 1 und 2 bei den Anordnungen I und II mit rund zehnmal größerer Wahrscheinlichkeit auf einen Schauer ansprechen als bei Anordnung III.

**6. Schlußbemerkungen.** In Tabelle 4 sind die mit den drei verschiedenen Anordnungen gewonnenen Ergebnisse zusammengestellt. Spalte 2 sagt aus, unter welchem Winkel zur mittleren Schauerachse (Vertikale) die Messungen ausgeführt wurden. Bei I war also in der Hauptschauerachse, bei II und III unter Winkeln von 20 bzw. 70° zu dieser Achse gemessen

worden. Spalte 3 gibt das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten, daß ein Zählrohr von einem nicht-ionisierenden bzw. von einem ionisierenden Schauerstrahl zum Ansprechen gebracht wurde. Wenn auch diese Zahlen kaum mehr als orientierenden Charakter tragen, so können doch einige die Natur der Schauer betreffenden Folgerungen gezogen werden:

1. In jedem Schauer sind neben ionisierenden Strahlen (*C*-Strahlen) auch nicht-ionisierende Strahlen (*D*-Quanten) in merklicher Menge vorhanden.

2. Unter der Annahme, daß unter 100 ein Zählrohr durchsetzenden

Photonen im Durchschnitt nur 1 Photon dieses zum Ansprechen bringt, entfallen in einem Schauer auf einen *C*-Strahl rund 50 *D*-Strahlen.

3. Die *D*-Strahlen sind in einem Schauer wesentlich diffuser verteilt als die *C*-Strahlen.

4. Die Zahl der in einem Schauer vorhandenen *D*-Strahlen reicht aus, um die sogenannten Rückstrahleffekte im Sinne einer früheren Arbeit von Geiger und Fünfer (l. c.) als eine Folge der Streuung dieser *D*-Strahlen verstehen zu können.

Tabelle 4. Zusammenstellung.

Anordnung	Winkel zur Schauer-Hauptachse	Korrigierte $\gamma/\beta$ -Werte
I	0°	0,2
II	20°	0,5
III	70°	1,1

Berlin, Physikalisches Institut der Techn. Hochschule, im Nov. 1937.

## Quantenmagnetische Berechnung des Elektronhalbmessers.

Von **H. Hermann** in Tübingen.

(Eingegangen am 7. Dezember 1937.)

Der quantenmagnetische Halbmesserformalismus fügt sich in den klassischen elektrischen ein.

In der wellenmechanischen „Zeitgleichung“ [Sommerfeld, Atom-  
bau und Spektrallinien, Wellenmech. Ergänzungsband, Kap. I, § 5, Gleichung (11)

$$u = \Psi e^{i\beta};$$

Gleichung (11a)

$$u^* = \Psi^* e^{-i\beta}; \quad \beta = \frac{2\pi Et}{h};$$

$E$  Energie,  $h$  Wirkungsquant,  $t$  Zeit) kann  $u$  so beschaffen sein, daß das Umlaufsintegral über  $u$  für eine geschlossene Kurve von Null abweicht, unabhängig von der durch  $uu^*$  bestimmten, also von der Phase  $\beta$  nicht beeinflussten Dichteverteilung.

Es muß verlangt werden, daß auch die durch  $uv^*$  bestimmte Jordan-Diracsche Übereinstimmungswahrscheinlichkeit

$$\int u v^* d\tau \left( \int u v^* d\tau \right)^*$$

zwischen den zwei Wellenfunktionen  $u$  und  $v$  (vgl. Dirac, Die Prinzipien der Quantenmechanik, Kap. V, § 28;  $d\tau$  Raumelement) von  $\beta$  nicht beeinflusst wird. Dies ist der Fall, wenn die Phasenänderung bei einem geschlossenen Umlauf für  $u$  und  $v$ , allgemein also für alle Wellenfunktionen, denselben Wert besitzt.

Wenn das Umlaufsintegral des Phasenfaktors  $e^{i\beta}$  nicht verschwindet, so heißt das, daß die Teildableitungen  $\frac{\partial \beta}{\partial x}, \frac{\partial \beta}{\partial y}, \frac{\partial \beta}{\partial z}, \frac{\partial \beta}{\partial t}$  die Integrabilitätsbedingungen  $\frac{\partial^2 \beta}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \beta}{\partial y \partial x}$  usf. nicht durchweg erfüllen. Die

Phasenänderung  $\oint \nabla \beta d\mathfrak{s}$  ( $\nabla$  und  $\mathfrak{s}$  vierdimensional zu verstehen; vgl. v. Laue, Die Relativitätstheorie I, § 12) wird nicht beeinflusst, wenn  $\nabla \beta$  ersetzt wird durch

$$\nabla \gamma = \nabla \beta + I \varrho \alpha \delta F, \quad (1)$$



wo  $F$  eine skalare Funktion von  $x, y, z, t$  ist. Das so definierte  $\gamma$  kann die Phase der zweiten Wellenfunktion  $v$  darstellen.

Aus (11) folgt

$$\frac{\partial u}{\partial x} = e^{i\beta} \left( \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \Psi \quad (2)$$

und drei weitere entsprechende Gleichungen für  $y, z, t$ . Ist daher  $\Psi$  die Wellenfunktion eines feldfreien Elektrons, Ladung  $e$ , so gehorcht  $u$  einer Wellengleichung mit Feld in der Operatorenform

$$\Omega_{1,2,3} = \frac{\partial}{\partial x, y, z} + i \frac{2\pi e}{hc} \mathfrak{A}_{x, y, z}, \quad (3)$$

$$(4)$$

$$\Omega_4 = \frac{1}{ic} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{2\pi e}{hc} \Phi, \quad (5)$$

wo  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $\Phi$  das elektrostatische,  $\mathfrak{A}$  das Vektorpotential eines Feldes ist (siehe Sommerfeld a. a. O., Kap. I, § 9 A). Hierbei wird

$$\Phi = -\frac{h}{2\pi e} \frac{\partial \beta}{\partial t}; \quad (6)$$

$$\mathfrak{A}_{x, y, z} = \frac{hc}{e} \frac{\partial \beta}{\partial x, y, z}. \quad (7)$$

Denn verschwinden diese Potentiale, so wird aus der  $u$ -Gleichung die  $\Psi$ -Gleichung <sup>1)</sup>).

Für einen Umlauf über Punkte, die alle zum gleichen  $t$ -Wert gehören, ist die Änderung der Phase  $\beta$  nach dem Gesagten nur durch  $\mathfrak{A}$  bedingt, und zwar wird sie nach dem Stokesschen Satze  $\frac{2\pi e}{hc} \int \mathfrak{S} df$ , wo  $df$  das Flächenelement des von dem Umlaufsweg berandeten Flächenstückes,  $\mathfrak{S} = \text{rot } \mathfrak{A}$  die magnetische Feldstärke ist; also die Änderung von  $\beta$  bei einem Umlauf proportional dem magnetischen Fluß durch die umlaufene Fläche.

Zieht man den Rand auf einen der Flächenpunkte zusammen, so verschwindet wegen der analytischen Eigenschaften der physikalisch sinnvollen

<sup>1)</sup> Die in diesem Ansatz enthaltene Unabhängigkeit des Bestehens der Wellengleichung vom Vorhandensein des elektromagnetischen Feldes ist gleichbedeutend mit der Eigenschaft, welche Hermann Weyl die Eichinvarianz der Maxwell'schen Gesetze nannte (siehe Raum, Zeit, Materie 5. Aufl., 1923, S. 301—302);  $\Psi$  übernimmt dabei, wie Weyl 1929 bemerkte (ZS. f. Phys. 56, 331, 1929), jetzt die Rolle, welche in Weyls älterer Theorie das Einsteinsche  $\delta$  spielte.

Wellenfunktionen das Umlaufintegral der Phase; dasselbe ist mit dem magnetischen Fluß der Fall. Verschwindet jedoch  $\Psi$  in dem Punkt, auf welchen zusammengezogen wird, so ist keine Begründung des Verschwindens des Umlaufintegrals der Phase beim Zusammenziehen mehr möglich, da in dem betrachteten Punkt die Phasenwerte physikalisch bedeutungslos werden. Daher kann das Integral dort noch ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  sein. In diesem Falle ist also das Umlaufintegral der Phase

$$2\pi n + \frac{2\pi e}{hc} \int \mathfrak{H} df. \quad (8)$$

Das Verschwinden der komplexen Größe  $\Psi$  bedeutet zwei reelle Bedingungengleichungen zwischen den Koordinaten; es gibt somit im allgemeinen zusammenhängende Kurven aus solchen Punkten, auf welchen aus Stetigkeitsgründen  $n$  gleich bleibt. Wir nennen sie  $n$ -quantige singuläre Fäden (nodal lines bei Dirac).

Für eine geschlossene Fläche verschwindet der Ausdruck (8). Folglich ist  $\Sigma n$ , gebildet für alle Fäden, welche eine geschlossene Fläche durchsetzen, das  $-e/h$ -fache des die Fläche durchdringenden magnetischen Flusses, und zwar für alle Wellenfunktionen gleich. Ist daher  $\Sigma n$  von Null verschieden, so muß es freie Endpunkte von Fäden innerhalb der geschlossenen Fläche geben. Ein einquantiger Endpunkt ist eine Quelle für einen Fluß vom Betrage  $-hc/e$  oder ein magnetischer Südpol von der Stärke  $o$  (Vokal)  $= hc/4\pi e$ , das sind  $3 \cdot 10^{-8}$  CGS-Einheiten. Der zugehörige Nordpol ist das andere Ende des Fadens. Die Wellenmechanik ist verträglich mit der Vorstellung, daß diese Pole ebenso auseinander gezogen werden könnten wie elektrische Elementarladungen. Allerdings wäre die Kraft, welche das verhindert, bei gleicher Entfernung klassisch berechnet:

$$\frac{o^2}{e^2} = \frac{h^2 c^2}{16\pi^2 e^4} = 4700 \text{ mal}$$

größer als zwischen ungleichnamigen Elementarladungen. Dies ist vielleicht der Grund, weshalb das Ausziehen eines Elektrons zu einem magnetischen Faden nicht beobachtet wird<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Die Frage, ob eine  $\Psi$ -Funktion mit einer endlichen Nullstrecke den übrigen Eigenschaften des Elektrons genügend angepaßt ist, bleibt offen. Sie wird zur Zeit allgemeiner, als es schon im Handb. d. Phys. 2. Aufl., XXIV, S. 126 geschieht, von anderer Seite untersucht.

Jedoch geht die Grundlage dieser Überlegung, der formale Dualismus der elektrischen und magnetischen Quellenkräfte, in der neuen Bornschen Theorie<sup>1)</sup> für die nächste Umgebung der Quellen verloren. Denn in dieser Theorie sind Dielektrizität  $\epsilon$  und Permeabilität  $\mu$  feldabhängig, aber in verschiedener Form.

Die endliche feste Größe des magnetischen Elektronenmoments, des Magnetons, zeigt, daß eine bestimmte Länge des Fadens weder unter- noch überschritten wird. Denn das Feld um das Magneton herum enthält keinen singulären Faden; folglich läuft dieser innerhalb des Elektrons von seinem Südpol zu seinem Nordpol. Es wäre denkbar, daß in der Bornschen Theorie die magnetische Kohäsion erst oberhalb dieses Abstandes zu dem die Trennung hindernden hohen Wert anstiege, vorher aber vom Querdruk der elektrischen Kraftröhren, welcher klassisch viel kleiner herauskommt, im Gleichgewicht gehalten würde. Hierdurch würde zugleich der statische Energieinhalt, als umgekehrte Differenz der Arbeit der magnetischen gegen die elektrischen Kräfte, in passenden Grenzen bleiben können. Die Fadenlänge ist das Verhältnis des Magnetomoments zum einquantigen Pol. Das Magneton hat theoretisch das Moment  $\frac{e}{m} \frac{h}{4\pi c}$ ; folglich ist seine

Halbachse  $\frac{e}{m} \frac{h}{4\pi c} : \frac{h}{2\pi e} = \frac{e^2}{2mc^2}$ , das sind  $1,4 \cdot 10^{-13}$  cm.

Die elektromagnetische Berechnung des Elektronenhalbmessers<sup>2)</sup> liefert  $a = \frac{2}{3} \frac{e^2}{mc^2}$  also  $\frac{4}{3}$  des für die magnetische Halbachse erhaltenen Ausdrucks. Die Kraft zwischen den beiden Polen des Magnetons betrüge, klassisch gerechnet

$$\frac{o^2 m^2 c^4}{e^4} = \frac{h^2 m^2 c^6}{16 \pi^2 e^6},$$

das sind  $12 \cdot 10^9$  Dynen (12 Tonnen Gewicht); die zentrale magnetische Feldstärke

$$o \left( \frac{2mc^2}{e^2} \right)^2 = \frac{m^2 h c^5}{\pi e^5},$$

das sind  $10^{28}$  Oersted bzw.  $10^{30}$  metrische Mic (Amperewindungen je Meter); der zentrale Kraftröhrenzug  $7 \cdot 10^{54}$  Dynen je qem oder  $7 \cdot 10^{18}$  at. Die

<sup>1)</sup> Quantum Electrodynamics, Proc. Roy. Soc. London (A) **143**, 434, 1934. Auszug bei Jordan, Die Naturwiss. **22**, 2, 4, 1934. — <sup>2)</sup> W. Kaufmann in Müller-Pouillet 10. Aufl., IV, § 286 oder J. Jeans, The math. theory of el. and magn. 5. Aufl., § 666; auch bei Bavink, Grundriß der neueren Atomistik, Anhang 5.

elektrische Randfeldstärke für den Kaufmannschen Halbmesser ist  $\frac{9}{4} \frac{m^2 c^4}{e^5}$ , das sind  $16 \cdot 10^{14}$  CGS-Einheiten bzw.  $4 \cdot 10^{19}$  Volt je Meter; der Querdruck  $\frac{81}{128} \frac{m^4 c^8}{\pi e^6}$ , das sind  $10^{29}$  Dynen je qcm; die Abstoßung  $\frac{81 m^4 c^8}{128 \pi e^6} \cdot \frac{4}{9} \frac{e^4 \pi}{m^2 c^4} = \frac{9}{32} \frac{m^2 c^4}{e^2}$ , das sind  $9 \cdot 10^5$  Dynen, rund 1 kg Gewicht.

Die Diracsche Theorie der quantisierten Singularitäten im elektromagnetischen Felde<sup>1)</sup> ist in vorstehender Arbeit an Sommerfelds Darstellung der Wellenmechanik angeschlossen und auf die Frage des Aufbaues des Elektrons angewandt.

---

<sup>1)</sup> Proc. Roy. Soc. London (A) **133**, 60—72, 1931.



## Eine Einschränkung eines Satzes der relativistischen Stoßmechanik.

Von **H. Hermann** in Tübingen.

(Eingegangen am 7. Dezember 1937.)

Das Verhältnis der Impulsänderung zur Energie ist keine strenge Invariante gegenüber Lorentz-Transformationen.

In die Darstellung der statistischen Mechanik ist für hohe Geschwindigkeiten aus einer Arbeit von W. Pauli jr.<sup>1)</sup> der Satz

$$\frac{d\mathfrak{G}}{U} = \frac{d\mathfrak{G}'}{U'}$$

über die Variation des Impulses  $\mathfrak{G}$  einer Schar von Korpuskeln mit der Energie  $U$  vor den Stößen und die entsprechenden Werte  $\mathfrak{G}'$ ,  $U'$  nach den Stößen übernommen worden.

Dieser Satz gilt jedoch nur für longitudinalen Stoß streng. Daß die Einwirkung eines Stoßes ersetzbar ist durch eine Lorentz-Transformation, hat Pauli a. a. O. allgemein bewiesen. Wählt man die Relativgeschwindigkeit  $v$  der beiden Koordinatensysteme zugleich als Impulsrichtung  $X$ , setzt also  $\mathfrak{G}_x = \mathfrak{G}$ ;  $\mathfrak{G}_y = \mathfrak{G}_z = 0$ , so wird in der Tat nach Gleichung (8) und (10) a. a. O.

$$\frac{d\mathfrak{G}_x'}{U'} = \frac{d\mathfrak{G}_x - \frac{v}{c^2} dU}{U - v\mathfrak{G}_x} = \frac{d\mathfrak{G}_x \left(1 - \frac{v\mathfrak{G}_x}{U}\right)}{U \left(1 - \frac{v\mathfrak{G}_x}{U}\right)}.$$

Ist  $v$  dagegen transversal zum Impuls, also etwa  $\mathfrak{G}_x = \mathfrak{G}_z = 0$ ;  $\mathfrak{G}_y = \mathfrak{G}$ , so erhält man

$$\begin{aligned} \frac{d\mathfrak{G}_y'}{U'} &= \frac{d\mathfrak{G}_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{U}; & \frac{d\mathfrak{G}_x}{U'} &= \frac{-v dU}{c^2 U} = -\frac{v\mathfrak{G}_y d\mathfrak{G}_y}{U^2}; \\ \frac{d\mathfrak{G}'}{U'} &= \frac{\sqrt{d\mathfrak{G}_x'^2 + d\mathfrak{G}_y'^2}}{U} = \frac{d\mathfrak{G}_y}{U} \sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2} \left( \frac{1}{1 + \frac{m_0 c^2}{\mathfrak{G}_y^2}} - 1 \right)}. \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Über das thermische Gleichgewicht zwischen Strahlung und freien Elektronen, ZS. f. Phys. **18**, 279 (Gleichung 17), 1923; P. Jordan, Statist. Mechanik auf quantentheoret. Grundlage 1933, S. 6, Gleichung (8).

Für kleinere Geschwindigkeiten gilt der Satz somit auch transversal, und die durch relativistische Rechnung und Einführung des Normalkoordinatensystems herbeigeführte Vereinfachung der Bestimmungsstücke korpuskularer Lichtstreurechnung, verglichen mit klassischer Rechnung<sup>1)</sup>, ist berechtigt; beide Rechnungen haben jedoch die gemeinsame Voraussetzung der Vernachlässigung der höheren Potenzen von  $v/c$ .

---

<sup>1)</sup> L. S. Ornstein u. H. C. Burger, Die Dimensionen der Einsteinschen Lichtquanten, ZS. f. Phys. **20**, 345, 1923; Zur Dynamik des Stoßes zwischen einem Lichtquant und einem Elektron, ebenda **20**, 351, 1923; hierzu Bemerkungen von W. Pauli jr., ebenda **22**, 261, 1924.

## Eine Methode zur Bestimmung der elastischen Konstanten.

Von **Franz Khol** in Prag.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 24. November 1937.)

Die in dieser Arbeit beschriebene Methode zur Bestimmung der elastischen Konstanten gehört zu den dynamischen Methoden<sup>1)</sup> und erlaubt den Elastizitätsmodul  $E$  und die Poissonsche Konstante  $\sigma$  aus den Eigenfrequenzen von Radialschwingungen<sup>2)</sup> der kreisförmigen Platten zu ermitteln. Diese Methode wurde an Turmalin, Quarz und Nickel nachgeprüft; am Nickel wurde auch die Temperaturabhängigkeit der beiden elastischen Konstanten untersucht.

### 1. Grundlegende Beziehungen.

Für die Eigenfrequenzen von Radialschwingungen wurden von Love<sup>3)</sup> die Formeln

$$f_m^{(t)} = \frac{x_m^{(t)}}{\pi d_t} \sqrt{\frac{E_t}{\rho_t(1 - \sigma_t^2)}}$$

oder

$$\lambda_m^{(t)} = \frac{c}{f_m^{(t)}} = \frac{\pi c d_t}{x_m^{(t)}} \sqrt{\frac{\rho_t(1 - \sigma_t^2)}{E_t}}, \quad m = 0, 1, \dots \quad (1)$$

angegeben, wobei  $x_m^{(t)}$  die  $m$ -te Wurzel der Gleichung

$$x^{(t)} J_0(x^{(t)}) = (1 - \sigma_t) J_1(x^{(t)}), \quad (2)$$

$d_t$  den Durchmesser,  $\rho_t$  das spezifische Gewicht des untersuchten Materials,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $J_0(x^{(t)})$ ,  $J_1(x^{(t)})$  die Besselsche Funktion der nullten bzw. ersten Ordnung bedeutet; mit dem Index  $t$  soll es angedeutet werden, daß die Messung bei der Temperatur  $t$  durchgeführt wurde.

Aus der Gleichung (2) ist ersichtlich, daß die einzelnen Wurzeln dieser Gleichung von der Poissonschen Konstante  $\sigma_t$  abhängig sind, so daß wir schreiben können

$$x_m^{(t)} = g_m(\sigma_t), \quad m = 0, 1, \dots \quad (3)$$

Wenn wir die Poissonsche Konstante aus der Grundschiwingung und der  $n$ -ten Oberschiwingung ermitteln wollen, benutzen wir nachstehende Beziehung, die aus der Gleichung (1) und (3) folgt:

$$\frac{\lambda_0^{(t)}}{\lambda_n^{(t)}} = \frac{x_n^{(t)}}{x_0^{(t)}} = \frac{g_n(\sigma_t)}{g_0(\sigma_t)} = g_{n,0}(\sigma_t), \quad n = 1, 2, \dots; \quad (4)$$

<sup>1)</sup> A. Kalähne, Ber. d. D. phys. Ges. **17**, 35, 1915; L. Šimon, ZS. f. Phys. **106**, 379, 1937. — <sup>2)</sup> V. Petržílka, Ann. d. Phys. **15**, 881, 1932; **23**, 156, 1935. —

<sup>3)</sup> A. E. H. Love, A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Cambridge 1927, S. 497.

dabei ist für die Methode wesentlich, daß durch Division der Faktor  $\sqrt{\frac{2(1-\sigma_t^2)}{E_t}}$  der den Elastizitätsmodul  $E_t$  und die Poissonsche Konstante  $\sigma_t$  explizite enthält, wegfällt.

Aus der Gleichung (4) folgt weiter

$$\sigma_t = G_{n,0} \left( \frac{x_n^{(t)}}{x_0^{(t)}} \right) = G_{0,n} \left( \frac{\lambda_0^{(t)}}{\lambda_n^{(t)}} \right). \quad (5)$$

Die Werte von  $x_0, x_1, x_2$  wurden aus der Gleichung (2) für verschiedene Werte der Poissonschen Konstante ermittelt und in die Tabelle 1 eingetragen; die Tabelle 1 enthält auch die Verhältnisse  $x_1/x_0$  und  $x_2/x_0$ .

Tabelle 1<sup>1)</sup>.

$\sigma$	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$\frac{x_1}{x_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda_1}$	$\delta_1$	$\frac{x_2}{x_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda_2}$	$\delta_2$
0,000	1,842 30	5,331 60	8,536 30	2,895		4,634	
0,025	1,861 00	5,336 40	8,539 26	2,868	1,1	4,588	1,8
0,050	1,879 43	5,341 20	8,542 22	2,842	1,0	4,544	1,7
0,075	1,897 59	5,346 00	8,545 18	2,817	1,0	4,503	1,6
0,100	1,915 48	5,350 80	8,548 14	2,793	1,0	4,463	1,6
0,125	1,933 10	5,355 60	8,551 10	2,770	0,9	4,423	1,6
0,150	1,950 45	5,360 40	8,554 06	2,748	0,9	4,386	1,5
0,175	1,967 53	5,365 20	8,557 02	2,727	0,8	4,349	1,5
0,200	1,984 34	5,370 00	8,559 98	2,706	0,8	4,314	1,4
0,225	2,000 88	5,374 80	8,562 94	2,686	0,8	4,280	1,4
0,250	2,017 15	5,379 60	8,565 90	2,667	0,8	4,246	1,4
0,275	2,033 15	5,384 40	8,568 88	2,648	0,8	4,214	1,3
0,300	2,048 98	5,389 20	8,571 82	2,630	0,7	4,183	1,2
0,325	2,064 54	5,394 00	8,574 78	2,613	0,7	4,153	1,2
0,350	2,079 83	5,398 80	8,577 74	2,596	0,7	4,124	1,2
0,375	2,094 85	5,403 60	8,580 70	2,580	0,6	4,096	1,1
0,400	2,109 60	5,408 40	8,583 66	2,564	0,6	4,069	1,1
0,425	2,124 08	5,413 20	8,586 62	2,549	0,6	4,042	1,1
0,450	2,138 29	5,418 00	8,589 58	2,534	0,6	4,017	1,0
0,475	2,152 23	5,422 80	8,592 54	2,519	0,6	3,992	1,0
0,500	2,165 90	5,427 60	8,595 50	2,505	0,6	3,969	1,0

Will man die Konstanten  $\sigma_t$  und  $E_t$  eines Materials ermitteln, so bestimmt man  $\lambda_0^{(t)}, \lambda_1^{(t)}$  und  $\lambda_2^{(t)}$  für die Eigenfrequenzen von Radialschwingungen einer kreisförmigen Platte aus dem untersuchten Material. Aus den Wellenlängen  $\lambda_0^{(t)}, \lambda_1^{(t)}, \lambda_2^{(t)}$  berechnet man die Verhältnisse  $\lambda_0^{(t)}/\lambda_1^{(t)} = x_1^{(t)}/x_0^{(t)}, \lambda_0^{(t)}/\lambda_2^{(t)} = x_2^{(t)}/x_0^{(t)}$  und zu diesen aus der Tabelle 1 die zugehörige Poissonsche

<sup>1)</sup> Die Werte in dieser Tabelle wurden mit Hilfe der Tabellen von Gray-Mathews-MacRobert, A Treatise on Bessel Functions, 2. Aufl., 1922, berechnet.  $\delta_1$  und  $\delta_2$  sind Differenzen für  $\sigma = 0,001$ .



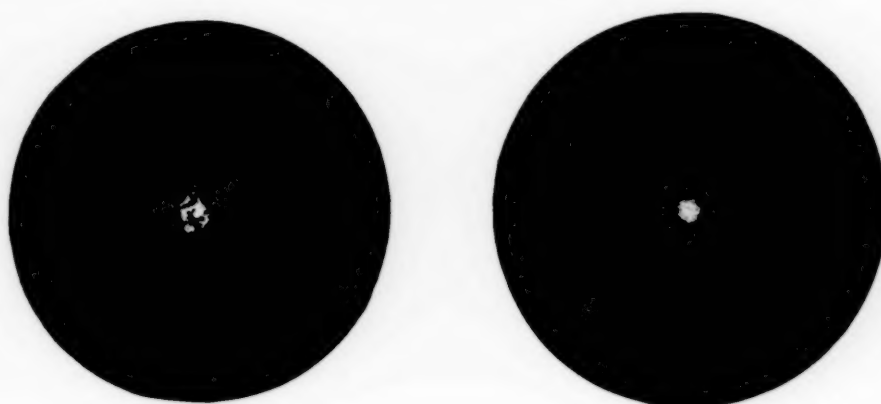
Konstante  $\sigma_t$ . Zu dem so bestimmten Werte von  $\sigma_t$  berechnet man aus der Gleichung (2) oder aus der Tabelle I die Wurzeln  $x_0^{(t)}$ ,  $x_1^{(t)}$ ,  $x_2^{(t)}$  und aus der Beziehung (1) den Elastizitätsmodul

$$E_t = \left( \frac{\pi e d_t}{x_m^{(t)} \lambda_m^{(t)}} \right)^2 \varrho_t (1 - \sigma_t^2). \quad (6)$$

In der Theorie von Love<sup>1)</sup>, deren Ergebnisse wir zur Ableitung vorstehender Beziehungen benutzt haben, wird nicht die Dicke der Platten berücksichtigt. Wie Lonn<sup>2)</sup> gezeigt hat, ist die Dickenkorrektur kleiner als  $10/100$ , daher kleiner als die Genauigkeit der beschriebenen Methode, welche die Poissonsche Konstante  $\sigma$  mit der Genauigkeit 3% und den Elastizitätsmodul  $E$  mit der Genauigkeit  $1/2\%$  bestimmen erlaubt.

## II. Experimenteller Teil.

Die piezoelektrische bzw. magnetostriktive Erregung der Platten erfolgte im Schwingungskreis eines kleinen Oszillators. Zur Feststellung,



Grundschwingung.

Erste Oberschwingung.

Fig. 1. Nickelplatte.

daß es sich tatsächlich um Radialschwingungen handelt, wurden die Knotenlinienbilder, die mit Bärlappsamen ausgebildet wurden, herangezogen (siehe Fig. 1).

Die Wellenlängen  $\lambda_0^{(t)}$ ,  $\lambda_1^{(t)}$  und  $\lambda_2^{(t)}$  wurden mit einem Wellenmesser auf  $10/100$  genau gemessen. Die Messung der Temperatur wurde mit einem Thermoelement (Fe: Konstantan) durchgeführt.

**1. Turmalin.** Zu diesen Versuchen wurden sieben kreisförmige, senkrecht zur optischen (= elektrischen) Achse geschliffene Turmalin-

<sup>1)</sup> A. E. H. Love, A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Cambridge 1927, S. 497. — <sup>2)</sup> E. Lonn, Ann. d. Phys. **30**, 420, 1937.

platten der Firma Zeiss verwendet. Die Platten wurden aus dem tiefgrünen Turmalin vom spezifischen Gewicht  $\varrho = 3,108 \text{ g/cm}^3$  angefertigt; ihre Abmessungen und die nach der neuen Methode ermittelten Werte von  $\sigma$  und  $E$  sind in der Tabelle 2 angegeben. Die Temperatur der Platte ist während des Schwingungszustandes, d. h. während der einzelnen Messung konstant ( $t = 20^\circ \text{C}$ ) geblieben.

Tabelle 2.

Platte	$d$ in cm	Dicke in mm	Mittelwerte	
			$\sigma$	$E \cdot 10^{-12}$
I	1,070	0,115	0,322	2,629
II	1,000	0,251	0,325	2,611
III	1,030	0,494	0,315	2,631
IV	1,404	0,500	0,315	2,621
V	1,200	0,773	0,326	2,593
VI	1,503	0,578	0,331	2,607
VII	1,505	0,578	0,332	2,612

Mittelwerte:  $\sigma = 0,323$ ,  $E = 2,615 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2$ .

Bei den Platten I bis V wurden die älteren Messungen von Petržílka<sup>1)</sup> benutzt, die betreffenden Wellenlängen an den Platten VI und VII wurden neuerdings vom Verfasser auf  $1^\circ/_{00}$  genau gemessen.

Aus den Messungen von Voigt<sup>2)</sup> am tiefgrünen brasilianischen Turmalin ergibt sich (für unsere Schleifung der Platten) für  $\sigma = 0,258$  und  $E = 2,509 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2$ .

2. *Quarz*. Die benutzten Quarzplatten wurden senkrecht zur optischen Achse geschliffen. Für die Berechnung von  $\sigma$  und  $E$  wurden einerseits die älteren Messungen von Petržílka<sup>3)</sup> an der Quarzplatte I, andererseits meine eigenen Messungen an den Platten II und III benutzt. In der Tabelle 3 sind die Mittelwerte von  $\sigma$  und  $E$ , welche nach der beschriebenen Methode für einzelne Platten bestimmt wurden, zusammengestellt; die Temperatur wurde  $20^\circ \text{C}$  gehalten, für das spezifische Gewicht  $\varrho = 2,65 \text{ g/cm}^3$  genommen.

Für die beiden Konstanten geben Wright und Stuart<sup>4)</sup> die Werte  $\sigma = 0,128$  und  $E = 7,701 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$ , Giebe und Blechschmidt<sup>5)</sup> die Werte  $\sigma = 0,130$  und  $E = 7,862 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$  an.

<sup>1)</sup> V. Petržílka, Ann. d. Phys. **15**, 881, 1932. — <sup>2)</sup> W. Voigt, Gött. Nachrichten 1890, S. 279. — <sup>3)</sup> V. Petržílka, Ann. d. Phys. **23**, 156, 1935. — <sup>4)</sup> R. B. Wright u. D. M. Stuart, Bur. of Standart, Journ. of Res. **7**, 519, 1931. — <sup>5)</sup> E. Giebe u. E. Blechschmidt, Ann. d. Phys. **18**, 417, 1933.

Tabelle 3.

Platte	$d$ in cm	Dicke in mm	Mittelwerte	
			$\sigma$	$E \cdot 10^{-11}$
I	3,596	0,997	0,134	7,679
II	2,022	0,992	0,136	7,938
III	2,981	1,004	0,136	7,921

Mittelwerte:  $\sigma = 0,135$ ,  $E = 7,846 \cdot 10^{11}$  dyn/cm<sup>2</sup>.

3. *Nickel*. Die Platten wurden im magnetischen Felde der Schwing-spule eines Oszillators magnetostruktiv erregt. Weil sich die Platten bei der Messung stark erwärmen, wurde gleich die Abhängigkeit der betreffenden Wellenlängen, die den einzelnen Schwingungsarten gehören, von der Temperatur aufgenommen. Dieser Vorgang diente auch zur Bestimmung der Abhängigkeit von  $\sigma_t$  und  $E_t$  von der Temperatur zwischen 20 bis 150° C.

Unter Voraussetzung der linearen Beziehungen

$$\sigma_t = \sigma_0 (1 + \gamma t), \quad d_t = d_0 (1 + \alpha t), \quad \varrho_t = \varrho_0 (1 + \alpha t)^{-3} \quad (7)$$

bekommt man

$$E_t = (\pi c d_0)^2 \varrho_0 \frac{1 - \sigma_0^2 (1 + \gamma t)^2}{(1 + \alpha t) (x_m^{(t)} \lambda_m^{(t)})^2} = E_0 (1 + \varepsilon t), \quad (8)$$

wobei der lineare Ausdehnungskoeffizient  $\alpha = 130 \cdot 10^{-7}$  1/grad bedeutet.

Die Messungen wurden an drei Nickelplatten durchgeführt. Ihre Abmessungen mit der Angabe des spezifischen Gewichtes und  $\sigma_t, E_t$  bei der Temperatur von 10 und 100° C sind in der Tabelle 4 angeführt.

Tabelle 4.

Platte	$d_{220}$ in cm	Dicke in mm	$\varrho_{220}$ in g/cm <sup>3</sup>	bei $t = 40^\circ$ C		bei $t = 100^\circ$ C	
				$\sigma_{40}$	$E_{40} \cdot 10^{-12}$	$\sigma_{100}$	$E_{100} \cdot 10^{12}$
I	2,014	1,890	8,834	0,310	2,147	0,326	2,051
II	4,002	1,916	8,834	0,308	2,126	0,327	2,097
III	3,001	1,018	8,868	0,303	2,160	0,327	2,070

Mittelwerte:  $\sigma_{40} = 0,307$ ,  $E_{40} = 2,144 \cdot 10^{12}$  dyn/cm<sup>2</sup>,  
 $\sigma_{100} = 0,327$ ,  $E_{100} = 2,073 \cdot 10^{12}$  dyn/cm<sup>2</sup>.

Aus diesen Mittelwerten bekommt man

$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= 0,294 (1 + 0,00113 \cdot t), \\ E_t &= 2,192 (1 - 0,000541 \cdot t) \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Aus den Landolt-Börnsteinschen Tabellen<sup>1)</sup> wurde  $\varepsilon = -0.00043 \text{ l/grad}$  berechnet.

4. Vergleich von Ergebnissen der Methoden, welche die Längsschwingungen von rechteckigen und kreisförmigen Platten verwenden. Für Längsschwingungen von rechteckigen Platten<sup>2)</sup> gelten folgende Beziehungen

$$\sigma = 1 - \left(\frac{A_1}{C_{11}}\right)^2, \quad E = \left(\frac{4ca}{A_1}\right)^2 \varrho (1 - \sigma^2) = \left(\frac{4ca}{C_{11}}\right)^2 \varrho (1 + \sigma), \quad (10)$$

wobei  $A_1$  die Wellenlänge der Schwingung längs der Kante  $a$ ,  $C_{11}$  die Wellenlänge der in Richtung der beiden Kanten ( $a$  und  $b$ ) verlaufenden Schwingung bedeutet.

Die Messungen wurden an einer Platte aus Quarz ( $\varrho = 2.58 \text{ g/cm}^3$ ) und an einer aus Nickel ( $\varrho = 8.870 \text{ g/cm}^3$ ) ausgeführt; das Kantenverhältnis der Platten war  $a/b = 2$ . Die Abmessungen und die nach Formel (10) berechneten Werte für  $\sigma$  und  $E$  (bei der Temperatur  $t = 24^\circ \text{C}$ ) an der rechteckigen Quarz- und Nickelplatte gibt die Tabelle 5 an.

Tabelle 5.

Material	Dicke in mm	$2a$ in cm	$2b$ in cm	$\sigma$	$E \text{ dyn/cm}^2$
Quarz	3,070	3,566	1,783	0,119	$7,876 \cdot 10^{11}$
Nickel	2,027	1,981	0,990	0,210	$2,072 \cdot 10^{12}$

Mit Hilfe der Längsschwingungen von kreisförmigen Platten ergaben sich nach der beschriebenen Methode für dasselbe Nickelblech folgende Werte (siehe Tabelle 6).

Tabelle 6.

Dicke in mm	$d$ in cm	$a$	$E \text{ dyn/cm}^2$
1,960	3,074	0,307	$2,162 \cdot 10^{12}$

Wie aus dem Vergleich von Ergebnissen der beiden Methoden (vgl. die Tabelle 7) ersichtlich ist, zeigen die gemessenen Werte der elastischen Konstanten ziemlich große Differenzen. Die Ursache dieser Diskrepanz liegt wahrscheinlich darin, daß bei der Ableitung der theoretischen Formeln für Längsschwingungen der rechteckigen Platten in der Richtung der einen Kante eine Voraussetzung eingeführt wird, daß nämlich die Platte in der Richtung der anderen Kante unendlich groß ist.

<sup>1)</sup> Landolt-Börnstein-Roth-Scheel, Phys.-Chem. Tabellen, 5. Aufl., 1923, S. 81. — <sup>2)</sup> I. Šimon, ZS. f. Phys. **106**, 379, 1937.



Tabelle 7.

Material	$\alpha$	$E$ dyn/cm <sup>2</sup>	Methoden
Quarz	0,135	$7,846 \cdot 10^{11}$	Neue Methode
	0,119	$7,876 \cdot 10^{11}$	Methode von Šimon <sup>1)</sup>
	0,130	$7,862 \cdot 10^{11}$	Giebe und Blechschmidt <sup>2)</sup>
Nickel	0,307	$2,162 \cdot 10^{12}$	Neue Methode
	0,210	$2,072 \cdot 10^{12}$	Methode von Šimon <sup>1)</sup>
	0,30	$2,16 - 1,96 \cdot 10^{12}$	Phys.-Chem. Tabellen <sup>3)</sup>

Herrn Prof. Dr. A. Žáček möchte ich dafür, daß er mir zur Durchführung dieser Arbeit die experimentellen Hilfsmittel zur Verfügung gestellt hat, sowie für sein lebhaftes Interesse an meiner Arbeit, wärmstens danken. Herrn Doz. Dr. V. Petržílka bin ich für die freundliche Bereitwilligkeit, mit der er mir immer entgegengekommen ist, zu aufrichtigem Dank verpflichtet.

Prag, Physikalisches Institut der Karls-Universität.

<sup>1)</sup> I. Šimon, ZS. f. Phys. **106**, 379, 1937. — <sup>2)</sup> E. Giebe u. E. Blechschmidt, Ann. d. Phys. **18**, 417, 1933. — <sup>3)</sup> Landolt-Börnstein-Roth-Scheel, Phys.-Chem. Tabellen, 5. Aufl., 1923, S. 81.

## Über die Kernspinänderung beim radioaktiven $\beta$ -Zerfallsprozeß $\text{Rb } 87 \rightarrow \text{Sr } 87^1$ ).

Von **Maria Heyden** in Berlin-Charlottenburg und **Hans Kopfermann** in Kiel.

Mit 7 Abbildungen. (Eingegangen am 3. Dezember 1937.)

Es wird auf Grund von Hyperfeinstrukturmessungen an reinem  $\text{Sr } 87$  gezeigt, daß im Falle des radioaktiven  $\beta$ -Zerfallsprozesses  $\text{Rb } 87 \rightarrow \text{Sr } 87$  ein von der Theorie geforderter allgemeiner Zusammenhang zwischen Lebensdauer eines  $\beta$ -Strahlers und Kernspinänderung beim  $\beta$ -Zerfallsprozeß besteht. Das mechanische Kernmoment des  $\text{Sr } 87$  hat den Wert  $I = 9/2$ , das magnetische Kernmoment beträgt  $\mu = -1,1 \text{ KM}$ . Der Vergleich zwischen dem mechanischen Kernmoment des  $\text{Sr } 87$  und dem des  $\text{Rb } 87$ , der Muttersubstanz des  $\text{Sr } 87$ , ergibt eine Kernspinänderung von  $\Delta I = 3$ .

*1. Problemlage.* Es ist ein allgemeiner, von der Form des speziellen Ansatzes der  $\beta$ -Zerfallstheorie weitgehend unabhängiger Zug, daß ein Übergang von einem radioaktiven  $\beta$ -Strahler zu seinem Folgeprodukt in um so höherem Maße verboten ist — daß also die Lebensdauer des  $\beta$ -Strahlers um so größer wird —, je stärker sich der Kerndrehimpuls beim Übergang ändert. Diese Aussage gibt eine Erklärung dafür, daß in einem Sargent-Diagramm<sup>2)</sup> die natürlichen radioaktiven  $\beta$ -Strahler in diskreten übereinander liegenden Gruppen angeordnet sind. Je stärker sich das Impulsmoment des  $\beta$ -Strahlers von dem seiner Tochtersubstanz unterscheidet, desto „tiefer“ im Diagramm soll der betreffende Strahler relativ zu seinen Diagrammpartnern gleicher Zerfallsenergie liegen.

Bisher ist in keinem einzigen Falle *experimentell* erwiesen, daß ein Zusammenhang zwischen Lebensdauer und Kernspinänderung in dem geforderten Sinne besteht. Dies hat darin seinen Grund, daß die bekannten  $\beta$ -Strahler infolge ihrer durchweg äußerst geringen Häufigkeit spektroskopisch noch nicht erfaßt werden können.

Nachdem in jüngster Zeit sichergestellt worden ist, daß die  $\beta$ -Strahlung des Rubidiums dem  $\text{Rb } 87$  zuzuschreiben ist, das beim Zerfall in  $\text{Sr } 87$  übergeht<sup>3)</sup>, hat man wenigstens *ein* Beispiel eines  $\beta$ -Zerfalls zur Hand.

<sup>1)</sup> Auszugsweise vorgetragen auf der Tagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Bad Kreuznach im September 1937. — <sup>2)</sup>  $\text{Log } 1/\tau = f(\text{Log } E_{\text{max}})$ ;  $\tau$  = mittlere Lebensdauer des  $\beta$ -Strahlers,  $E_{\text{max}}$  = obere Grenze des kontinuierlichen  $\beta$ -Spektrums = Zerfallsenergie. — <sup>3)</sup> O. Hahn, F. Strassmann und E. Walling, *Die Naturwiss.* **25**, 189, 1937; W. R. Smythe u. A. Hemmendinger, *Phys. Rev.* **51**, 1052, 1937.

bei dem wegen des genügenden Vorkommens von Mutter- und Tochter-Substanz mit Hilfe von Hyperfeinstrukturuntersuchungen Aussagen über die Kernspinänderung beim Zerfallsprozeß gemacht werden können. Rb 87 liegt im Sargent-Diagramm so tief, daß hier schon eine Kernspinänderung  $\Delta I$  von mehreren Einheiten angenommen werden muß, um die lange Lebensdauer dieses  $\beta$ -Strahlers ( $\tau \sim 1 \cdot 10^{11}$  Jahre bei einem  $E_{\max} \sim 1 \cdot 10^5$  e-Volt<sup>1)</sup>) zu erklären. Nach den bisher vorliegenden Hyperfeinstrukturuntersuchungen scheint es so, als ob man mit  $\Delta I = 0$  zu rechnen hätte, da dem Rb 87 ein  $I = 3/2$ <sup>2)</sup>, dem Sr 87 als wahrscheinlichster Wert ebenfalls ein  $I = 3/2$ <sup>3)</sup> zugeschrieben wird. Wenn diese Befunde richtig sind, so führt die einzige Stichprobe, die bezüglich der Kernspinänderung beim  $\beta$ -Zerfall zur Zeit gemacht werden kann, zu einem Widerspruch gegen eine sehr allgemeine Forderung der  $\beta$ -Zerfallstheorie, der schwerwiegender zu sein scheint, als z. B. die Schwierigkeiten, welche die Theorie bei der Erklärung mehr ins einzelne gehender Züge des Erfahrungsmaterials hat.

Das mechanische Moment des Rb 87 ist sowohl durch Hyperfeinstrukturanalysen an einer Reihe von gut aufgelösten Rb II-Linien als auch durch sehr sorgfältige Atomstrahluntersuchungen<sup>4)</sup> einwandfrei festgestellt. Gegen den Wert des Sr 87-Momentes dagegen lassen sich Bedenken erheben, die in der besonderen Struktur der Strontiumlinien begründet sind. Strontium besteht nämlich aus zwei geraden Isotopen, Sr 88 und Sr 86, und einem ungeraden Isotop, Sr 87. Nach massenspektroskopischen Untersuchungen<sup>5)</sup> machen die geraden Isotope  $\sim 93\%$ , das ungerade Isotop nur  $\sim 7\%$  des Strontiumgemisches aus. Da im mittleren Teil des periodischen Systems bis auf ganz seltene Ausnahmefälle keine Isotopieverschiebungen auftreten<sup>6)</sup>, da fernerhin die geraden Isotope magnetisch nicht aufspalten, so beobachtet man bei allen Sr-Linien eine starke Komponente, die Komponente der geraden Isotope und — bei sehr langen Belichtungszeiten und extremer Auflösung — rechts und links von dieser Zentralkomponente,

<sup>1)</sup> W. Mühlhoff, Ann. d. Phys. **7**, 205, 1930. In dieser Arbeit wird  $\tau = 4 \cdot 10^{11}$  Jahre angegeben. Diese Zahl ist auf alle Rubidiumkerne bezogen. Rechnet man nur mit Rb 87 als Zerfallssubstanz, so wird  $\tau$  viermal kleiner, da Rb 87 nur ein Viertel des Rubidiumgemisches ausmacht. — <sup>2)</sup> H. Kopfermann, ZS. f. Phys. **83**, 417, 1933. — <sup>3)</sup> H. Schüler u. H. Westmeyer, Die Naturwiss. **21**, 561, 1933; H. Westmeyer, ZS. f. Phys. **94**, 590, 1935. — <sup>4)</sup> S. Millman u. M. Fox, Phys. Rev. **50**, 220, 1936. — <sup>5)</sup> Siehe F. W. Aston, Mass-Spectra and Isotopes, London 1933. — <sup>6)</sup> Der Mitbewegungseffekt ist abgeklungen, der Volumeneffekt bleibt im allgemeinen noch innerhalb der Meßgenauigkeit.

die den Schwerpunkt der Struktur anzeigt, je nach Übergang eine mehr oder weniger große Zahl äußerst schwacher Sr 87-Komponenten, von denen jede größenordnungsmäßig 2% der Intensität der Komponente der geraden Isotope besitzt. Es ist daher sehr schwierig, über Lage und Intensität dieser schwachen Komponenten, speziell über ihren Abstand von der Zentralkomponente exakte Aussagen zu machen. Insbesondere sind die Sr II-Resonanzlinien, die von den genannten Autoren zur Bestimmung von  $I$  benutzt

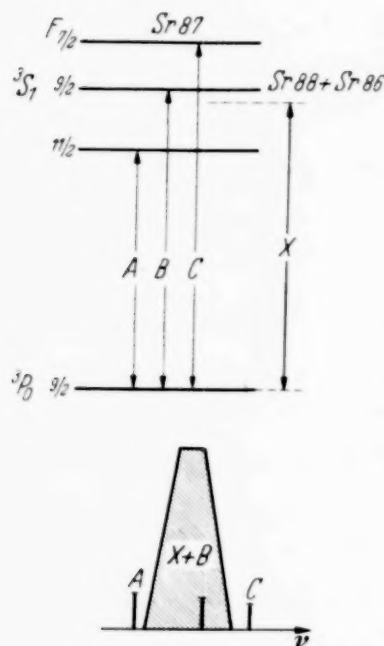


Fig. 1. Termschema und Aufspaltungsbild der Linie  $\lambda = 6791 \text{ \AA}$ .

wurden, infolge ihrer Lage im Violett, wo das Auflösungsvermögen des Pérot-Fabry wesentlich kleiner ist als etwa im Roten, besonders wenig geeignet, einwandfreie Ergebnisse zu liefern (siehe auch S. 239).

2. *Bestimmung des mechanischen Momentes des Sr 87-Kerns.* Wir haben daher einige rote Sr I-Linien gewählt, um zunächst mit gewöhnlichem Strontium die Möglichkeit der Bestimmung des mechanischen Kernmomentes von Sr 87 zu prüfen. Speziell schien der Übergang  $\lambda = 6791 \text{ \AA}$  ( $^3P_0 - ^3S_1$ ) dazu besonders geeignet, da dieser infolge des alleinigen Aufspaltens des  $^3S_1$ -Terms für Sr 87 eine einfache Tripletstruktur haben sollte (siehe das Termschema Fig. 1). Die mittlere Komponente wird allerdings von der Komponente der geraden Isotope verdeckt. Aufnahmen mit einer wassergekühlten

Sparlampe nach Schüler und Gollnow<sup>1)</sup> ergaben ein Strukturbild, wie es in Fig. 2 vergrößert wiedergegeben ist. Man sieht neben der sehr intensiven Zentralkomponente  $X$  rechts und links die Komponenten  $A$  und  $C$  des Sr 87. Auf den Originalaufnahmen lassen sich die Abstände  $A-X$  und  $C-X$  einigermaßen ausmessen. Unter der Annahme, daß  $X$  exakt den Schwerpunkt angibt, folgt aus dem gemessenen Abstandsverhältnis ein Wert  $I > 5/2$ . Auch das Schw  rzungsverh  ltnis beider Komponenten spricht für  $I > 5/2$ . Diese Aussage ist jedoch nicht sehr sicher, da das Maximum der Komponente  $X$  bei der notwendigen starken Belichtung nicht genügend definiert ist und ein Falschmessen um einige Tausendstel  $\text{cm}^{-1}$  den Wert von  $I$ , falls dieser größer als  $5/2$  ist, bereits um eine Einheit ändern kann.

<sup>1)</sup> H. Schüler u. H. Gollnow, ZS. f. Phys. **93**, 611, 1935.

Nachdem so Lichtquelle und Beobachtungsmöglichkeit einer Linienstruktur am gewöhnlichen Strontium genügend ausprobiert waren, wurde mit 6 mg reinem Strontium 87 gearbeitet, das uns von Herrn Prof. Hahn in dankenswerter Weise überlassen worden war<sup>1)</sup>. Nach massenspektroskopischer Prüfung bestand dieses Präparat bis auf weniger als 0,3% aus reinem  $\text{Sr } 87$ <sup>2)</sup>. Aufnahmen an  $\lambda = 6791 \text{ \AA}$  mit 20 mm Etalon bei 200 mA Stromstärke ergaben, wie erwartet, drei Komponenten, deren Abstände der Intervallregel entsprechend abnahmen bei gleichzeitiger Abnahme der Intensität (siehe die Vergrößerung einer solchen Aufnahme in Fig. 3). Die

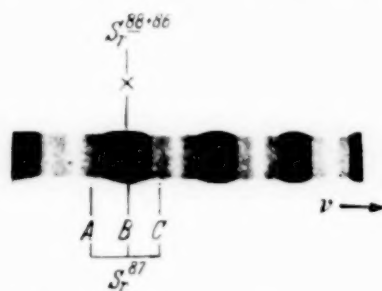


Fig. 2. Aufnahme mit gewöhnlichem Strontium an  $\lambda = 6791 \text{ \AA}$  ( $^3P_0 - ^3S_1$ ) mit 20 mm Etalon.

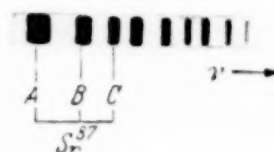


Fig. 3. Aufnahme mit reinem  $\text{Sr } 87$  an  $\lambda = 6791 \text{ \AA}$  ( $^3P_0 - ^3S_1$ ) mit 20 mm Etalon.

einzelnen Komponenten waren so gut definiert, daß die Abstände mit großer Genauigkeit vermessen werden konnten. Die Übereinstimmung der einzelnen Meßwerte aus verschiedenen Platten, von verschiedenen Beobachtern (H. und K.) ausgemessen, sind in Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1. Gesamtaufspaltung  $\Delta\nu_{A-C}$  und Intervallverhältnis  $\Delta\nu_{A-B} : \Delta\nu_{B-C}$  der Linie  $\lambda = 6791 \text{ \AA}$  ( $^3P_0 - ^3S_1$ ) gemessen in  $\text{cm}^{-1}$ .

Platte	Beobachter	$\Delta\nu_{A-C}$	$\Delta\nu_{A-B} : \Delta\nu_{B-C}$
65	H.	0,1801	0,0990 : 0,0811
66	K.	0,1813	0,1001 : 0,0812
	H.	0,1810	0,1000 : 0,0810
68	H.	0,1805	0,0992 : 0,0813
	K.	0,1809	0,0995 : 0,0814
69	H.	0,1806	0,0995 : 0,0811
70	K.	0,1811	0,0995 : 0,0816

Das Ergebnis der Ausmessungen an dieser Linie besagt: Die Gesamtaufspaltung des  $^3S_1$ -Terms hat den Wert  $\Delta\nu_{A-C} = 0,181 \text{ cm}^{-1}$  mit

<sup>1)</sup> O. Hahn, F. Strassmann u. E. Walling, l. c. — <sup>2)</sup> J. Mattauch, Die Naturwiss. **25**, 189, 1937.



einer Genauigkeit von mindestens  $0,001 \text{ cm}^{-1}$ . Das Intervallverhältnis  $0,0995:0,0812$  entspricht einem  $I = 9/2$ . Für diesen Wert ergibt sich nämlich aus der gefundenen Gesamtaufspaltung  $\Delta r_{A-C}$  theoretisch ein Intervallverhältnis von  $0,0993:0,0813$ . Für  $I = 7/2$  wäre  $0,1016:0,0790$  und für  $I = 11/2$  das Verhältnis  $0,0978:0,0828$  zu erwarten. Beide Verhältnisse weichen von dem experimentell gefundenen um Beträge ab, die außerhalb unserer Meßfehler liegen.

Die Lage der Komponenten — die Komponente größter Intensität liegt bei dieser Linie nach kleinem  $r$  hin — zeigt, daß das magnetische Kernmoment des Sr 87 negatives Vorzeichen besitzt<sup>1)</sup>.

Ein etwa vorhandenes Kernquadrupolmoment kann an dieser Linie keine Abweichung von der Intervallregel hervorrufen, da die Aufspaltung der Linie allein durch den kugelsymmetrischen  $^3S_1$ -Term hervorgerufen wird. Dagegen müßten schwache Verunreinigungen durch Sr 88 + Sr 86 — es genügen dazu einige Prozent — ein zu großes  $I$  vortäuschen. Im selben Sinne könnten sich auch Störungen von Nachbartermen auswirken.

Um diese Möglichkeiten auszuschließen, haben wir zunächst die Interkombinationslinie  $\lambda = 6893 \text{ \AA}$  ( $^1S_0 - ^3P_1$ ), die auf allen Platten als Triplett zu sehen war, ausgemessen. Tabelle 2 zeigt einige der festgestellten Werte.

Tabelle 2. Gesamtaufspaltung  $\Delta r_{A-C}$  und Intervallverhältnis  $\Delta r_{A-B}:\Delta r_{B-C}$  der Linie  $\lambda = 6893 \text{ \AA}$  ( $^1S_0 - ^3P_1$ ) gemessen in  $\text{cm}^{-1}$ .

Platte	$\Delta r_{A-C}$	$\Delta r_{A-B}:\Delta r_{B-C}$
86	0,0874	0,0490:0,0384
87	0,0879	0,0489:0,0390
	0,0876	0,0488:0,0388

Die gemessenen Mittelwerte ergeben für die Aufspaltung des  $^3P_1$ -Terms ein  $\Delta r_{A-C} = 0,088 \text{ cm}^{-1}$  und ein Intervallverhältnis  $0,049:0,039$ . Dieses Abstandsverhältnis entspricht ebenfalls dem Wert  $I = 9/2$ , jedoch ist infolge der nur halb so großen Gesamtaufspaltung der Linie die Meßgenauigkeit nicht mehr ausreichend, um  $I = 7/2$  und  $I = 11/2$  ausschließen zu können. Immerhin bestätigen diese Ausmessungen das Ergebnis an  $\lambda = 6791 \text{ \AA}$ .

Zur Kontrolle für die bereits festgelegten Terme  $^3S_1$  (aus  $\lambda = 6791 \text{ \AA}$ ) und  $^3P_1$  (aus  $\lambda = 6893 \text{ \AA}$ ) diente die dritte rote Linie  $\lambda = 6878 \text{ \AA}$  ( $^3P_1 - ^3S_1$ ).

<sup>1)</sup> Worauf bereits Schüler und Westmeyer aufmerksam gemacht haben.

Die wesentlich kompliziertere Struktur dieses Überganges ließ sich nicht mehr voll auflösen. Die Gegenüberstellung des gemessenen Aufspaltungsbildes und der aus  $^3P_1$  und  $^3S_1$  mit  $I = 9/2$  und der Intervallregel konstruierten Hyperfeinstruktur dieser Linie (in Fig. 4 als „theoretisch“ bezeichnet) zeigt die Richtigkeit der Zuordnung. Die Übereinstimmung ist so gut, wie man nach der Unaufgelöstheit der mittleren Komponenten nur erwarten kann.

Schließlich blieb noch die Möglichkeit, die Sr II-Resonanzlinien zur Prüfung von  $I$  heranzuziehen. Mit reinem Sr 87 hat man (siehe Fig. 5) für jeden Übergang eine Zweifachstruktur zu erwarten, deren Aufspaltung in erster Linie dem  $^2S_{1/2}$ -Term zuzuschreiben ist. Die Aufspaltung des  $^2P_{1/2}$ -Terms ist klein dagegen (jedoch nicht vernachlässigbar klein wie die des  $^2P_{3/2}$ -Terms). Man muß also bei  $\lambda = 4216 \text{ \AA}$  ( $^2S_{1/2} - ^2P_{1/2}$ ) breitere, unsymmetrische Komponenten erwarten, während bei  $\lambda = 4078 \text{ \AA}$  ( $^2S_{1/2} - ^2P_{3/2}$ ) völlig symmetrische relativ schmale Komponenten auftreten sollten. Auf Grund der Termschemata von Fig. 5 und der theoretischen

Intensitäten erhält man Aufspaltungsbilder, wie sie jeweils unter das betreffende Termschema gezeichnet sind. Diese Überlegungen werden durch das Experiment voll bestätigt: Die beiden Komponenten der Linie  $\lambda = 4216 \text{ \AA}$  sind unsymmetrisch verbreitert, die von  $\lambda = 4078 \text{ \AA}$  sehen symmetrisch und wesentlich schmaler aus. Fig. 6 stellt eine Reproduktion des Aufspaltungsbildes von  $\lambda = 4078 \text{ \AA}$ , aufgenommen mit reinem Sr 87, dar.

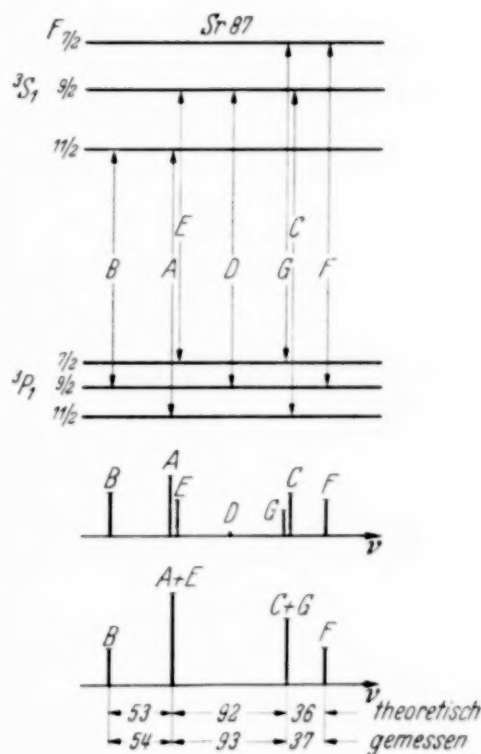


Fig. 4. Termschema und Aufspaltungsbild der Linie  $\lambda = 6878 \text{ \AA}$  bei Verwendung von Sr 87.

Tabelle 3. Hyperfeinstrukturaufspaltung  $\Delta F$  der Sr II-Resonanzlinien.

$\lambda$	Übergang	$\Delta F$ in $\text{cm}^{-1}$
4216 $\text{\AA}$	$^2S_{1/2} - ^2P_{1/2}$	0,182
4078 $\text{\AA}$	$^2S_{1/2} - ^2P_{3/2}$	0,158

Etwa vorhandene kleine Mengen von Sr 88 + Sr 86 hätten sich durch eine dementsprechende Komponente im Schwerpunkt der Linie bemerkbar machen müssen. Auch auf den am stärksten exponierten Platten war keine

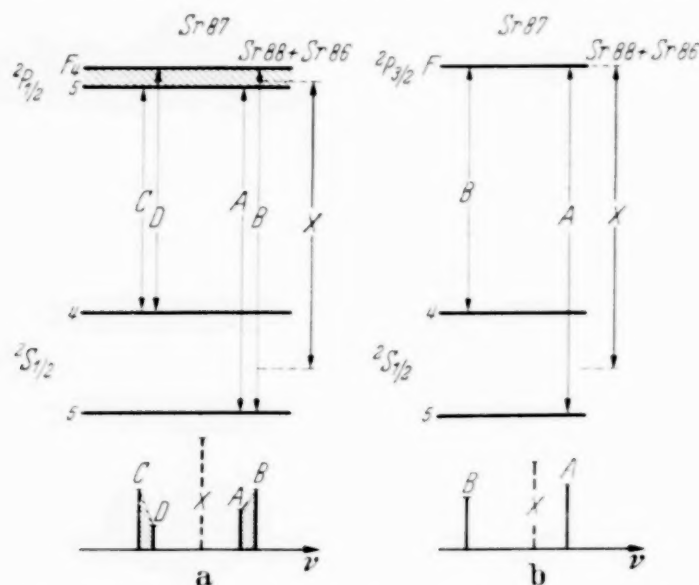


Fig. 5. Termschema und Aufspaltungsbild der Resonanzlinien des Sr II,  $\lambda = 4216 \text{ \AA}$  ( $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$ ) und  $\lambda = 4078 \text{ \AA}$  ( $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$ ).



Fig. 6. Aufnahme mit reinem Sr 87 an  $\lambda = 4078 \text{ \AA}$  ( $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$ ) mit 15 mm Etalon.



Fig. 7. Aufnahme mit Sr-Isotopengemisch (Sr 87 : Sr 88 und 3 : 1) an  $\lambda = 4078 \text{ \AA}$  ( $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$ ) mit 20 mm Etalon.

Spur einer solchen Komponente zu sehen. Wir sind sicher, daß das benutzte Präparat und die Lichtquelle selbst auf weniger als 1% frei von Sr 88 + Sr 86 waren.

In Tabelle 3 sind die gemessenen Abstände eingetragen, deren Verschiedenheit bereits auf die verschiedenartige Mitwirkung der  $2P$ -Zustände an der Linienaufspaltung hinweist.

Bei Zusatz von etwa 30% gewöhnlichem Strontium erschien in beiden Linien zwischen den Komponenten von Sr 87 etwa in gleicher Intensität wie diese, die Komponente der geraden Isotope, die als Schwerpunkts-

markierung dienen sollte (in Fig. 5 gestrichelt gezeichnet als Komponente X). In Fig. 7 ist das so erzeugte Strukturbild von  $\lambda = 4078 \text{ \AA}$  vergrößert wiedergegeben. Tabelle 4 zeigt das Ergebnis der Abstandsmessungen an dieser Linie. Das Abstandsverhältnis vom Schwerpunkt hat im Mittel den Wert  $0,087:0,071$ . Auch hier fällt das aus der Gesamtaufspaltung der Linie mit  $I = 9/2$  errechnete Abstandsverhältnis  $0,0878:0,0702$  innerhalb der Meßgenauigkeit mit dem experimentell gefundenen zusammen, was gleichzeitig bezeugt, daß eine meßbare Isotopieverschiebung nicht vorhanden ist. Der Wert  $I = 11/2$  kann in diesem Falle nicht ausgeschlossen werden, wohl aber  $I = 7/2$ .

Ein entsprechendes Verfahren an  $\lambda = 4246 \text{ \AA}$  führt wegen der breiteren Sr 87-Komponenten begrifflicherweise zu weniger sicheren Aussagen. Es ist daher um so verständlicher, daß die Bestimmung der Kernmomente am gewöhnlichen Strontiumgemisch, wo die mittlere Komponente größenordnungsmäßig fünfzignal intensiver ist als bei der von uns künstlich erzeugten Struktur, unvergleichlich viel problematischer wird.

Es sei noch bemerkt, daß der so gefundene Kerndrehimpuls  $9/2$  in diesem Teil des periodischen Systems keine Einzelercheinung ist: In unmittelbarer Nachbarschaft des Sr 87 haben sowohl Kr 83 als auch Nb 93 wahrscheinlich ebenfalls  $I = 9/2$ .

Tabelle 4. Gesamtaufspaltung  $\Delta p_{A-B}$  und Intervallverhältnis  $\Delta p_{A-X} : \Delta p_{X-B}$  der Linie  $\lambda = 4078 \text{ \AA}$  für ein Gemisch aus Sr 87 und 30% gewöhnlichem Strontium gemessen in  $\text{cm}^{-1}$ .

Platte	$\Delta p_{A-B}$	$\Delta p_{A-X} : \Delta p_{X-B}$
91	0,1583	0,0856 : 0,0727
	0,1582	0,0868 : 0,0714
93	0,1571	0,0874 : 0,0697
94	0,1572	0,0872 : 0,0700
	0,1571	0,0870 : 0,0701

3. Berechnung des magnetischen Kernmomentes von Sr 87. Aus den Zahlen der Tabelle 3 läßt sich das magnetische Moment des Sr 87-Kerns berechnen. Wendet man hier das übliche Verfahren an, indem man die beobachteten Maxima als die Schwerpunkte der jeweils zusammenfallenden Komponenten ansieht und mit Hilfe von theoretischen Intensitäten Intervallregel und dem bekannten Aufspaltungsverhältnis der beiden

$^2P$ -Terme die Aufspaltung von  $^2S_{1/2}$  und  $^2P_{1/2}$  eliminiert<sup>1)</sup>, so findet man  $Ar(^2S_{1/2}) = 0,168 \text{ cm}^{-1}$  und  $Ar(^2P_{1/2}) = 0,045 \text{ cm}^{-1}$ . Das Aussehen der Komponenten von  $\lambda = 4216 \text{ \AA}$  ( $^2S_{1/2} - ^2P_{1/2}$ ) scheint uns darauf hinzuweisen, daß das eben skizzierte Verfahren hier nicht angewandt werden darf, weil bei den Komponenten dieser Linie die Schwerpunkte der eng zusammenliegenden Teilkomponenten  $AB$  und  $CD$  nicht mit den beobachteten Maxima zusammenfallen. Wegen der beginnenden Trennung von  $A$  und  $B$  bzw.  $C$  und  $D$  sind nämlich die Maxima etwas zur jeweils stärkeren Teilkomponente hin verschoben. Auch die angegebene Größe  $Ar(^2P_{1/2}) = 0,045 \text{ cm}^{-1}$  müßte sich, wenn sie richtig wäre, bereits in einer sichtbaren Trennung von  $A$  und  $B$  bzw.  $C$  und  $D$  bemerkbar machen, während nach einer Analyse der Photometerbilder von  $\lambda = 4216 \text{ \AA}$  etwa ein  $Ar(^2P_{1/2})$  von  $0,035 \text{ cm}^{-1}$  angenommen werden muß. Rechnet man mit diesem Wert, so wird  $Ar(^2S_{1/2})$  nur unwesentlich kleiner, nämlich gleich  $0,165 \text{ cm}^{-1}$ . Wir wählen zur Bestimmung des magnetischen Kernmoments die Zahlen:

$$Ar(^2S_{1/2}) = 0,165 \text{ cm}^{-1} \text{ mit dem Aufspaltungsfaktor } a(5s^2S_{1/2}) \\ \pm 5 = -0,033 \text{ cm}^{-1},$$

bzw.

$$Ar(^2P_{1/2}) = 0,035 \text{ cm}^{-1} \text{ mit dem Aufspaltungsfaktor } a(5p^2P_{1/2}) \\ \pm 8 = -0,007 \text{ cm}^{-1},$$

wobei wir, der erwähnten Unsicherheit wegen, die Fehlergrenzen entsprechend vergrößert haben. Das Minuszeichen vor dem Wert des Aufspaltungsfaktors trägt der verkehrten Termordnung Rechnung. Dann liefern die Goudsmitschen Formeln<sup>2)</sup>:

$$\text{Für } ^2S_{1/2}: \quad \mu = - \frac{a(^2S_{1/2}) \cdot I \cdot 1838 n^{*3}}{\frac{8}{3} R \alpha^2 Z \cdot Z_a^2 k \left(1 - \frac{ds}{dn}\right)}$$

mit

$$n^* = 2,22, \quad Z = 38, \quad Z_a = 2, \quad k = 1,15 \quad \text{und} \quad 1 - \frac{ds}{dn} = 1,04.$$

$$\text{Für } ^2P_{1/2}: \quad \mu = - \frac{a(^2P_{1/2}) \cdot I \cdot 1838 \cdot Z_i(l + \frac{1}{2}) J(J+1) \cdot \lambda}{\delta r l(l+1) \cdot z}$$

mit

$$Z_i = 34, \quad \delta r = 800 \text{ cm}^{-1}, \quad \lambda = 1,03 \quad \text{und} \quad z = 1,15.$$

<sup>1)</sup> Siehe z. B. H. Kopfermann u. H. Krüger, ZS. f. Phys. **103**, 485, 1936.

— <sup>2)</sup> S. Goudsmit, Phys. Rev. **43**, 636, 1933.



Daraus folgen für das magnetische Kernmoment des Sr 87 die Zahlen:

$$\mu = -1,06 \text{ K. M.} \quad \text{bzw.} \quad \mu = -1,24 \text{ K. M.}$$

Aus den analysierten Sr I-Termen kann man ebenfalls  $a(5s^2S_{1/2})$  abschätzen. Es gilt nach Bacher und Goudsmit<sup>1)</sup>:

$$A(3S_1) = \frac{1}{2} [a(5s) + a(6s)],$$

wobei  $A(3S_1)$  der Intervallfaktor des  $3S_1$ -Terms ist. Setzt man für  $a(6s)$  näherungsweise  $\frac{1}{8} a(5s)$ , so folgt:

$$a(5s) \approx a(5s^2S_{1/2}) \approx \frac{16}{9} A(3S_1).$$

Aus  $A(3S_1) = -0,0181 \text{ cm}^{-1}$  folgt dann:

$$a(5s^2S_{1/2}) \approx -0,032 \text{ cm}^{-1}.$$

Entsprechend gilt näherungsweise für  $A(3P_1)$ :

$$A(3P_1) \approx \frac{1}{4} a(5s)$$

und da  $A(3P_1) = -0,0088 \text{ cm}^{-1}$  ist, so ergibt sich:

$$a(5s^2S_{1/2}) \approx -0,035 \text{ cm}^{-1}.$$

Die so bestimmten  $a(5s^2S_{1/2})$ -Werte sind in genügender Übereinstimmung mit dem aus den Sr II-Resonanzlinien festgestellten Wert und zeigen dadurch, daß keiner der untersuchten Terme merkbar gestört ist.

Als sichersten Wert für das magnetische Kernmoment des Sr 87 möchten wir angeben:

$$\mu = -1,1 \text{ K. M.}$$

**4. Diskussion der Ergebnisse.** Die beschriebenen Untersuchungen zeigen, daß die Kernspinänderung beim radioaktiven  $\beta$ -Zerfallsprozeß Rb 87  $\rightarrow$  Sr 87 mit hoher Wahrscheinlichkeit den Wert  $AI = 3$  hat, in qualitativer Übereinstimmung mit den Forderungen der  $\beta$ -Zerfallstheorie. Das magnetische Kernmoment ändert sich dabei vom Wert  $+2,6 \text{ K. M.}$

<sup>1)</sup> R. F. Bacher u. S. Goudsmit, Phys. Rev. **34**, 1501, 1929.

beim Rb 87 auf den Wert  $\sim 1,1$  K. M. beim Sr 87. Die *quantitative* Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment läßt allerdings zu wünschen übrig, was bei dem augenblicklichen Stand der  $\beta$ -Zerfallstheorie einerseits und den noch recht ungenauen experimentellen Angaben über Zerfallszeit und Zerfallsenergie des Rb 87 andererseits kaum anders erwartet werden kann. Nach Bethe und Bacher<sup>1)</sup> erhält man für die Wahrscheinlichkeit  $f_{\Delta I}$  eines verbotenen  $\beta$ -Übergangs zur Wahrscheinlichkeit  $f_{\Delta I=0}$  des entsprechenden erlaubten  $\beta$ -Übergangs:

$$\frac{f_{\Delta I}}{f_{\Delta I=0}} = \frac{(Z/137)^2}{9} \left( \frac{E_{\max} \cdot R}{hc} \right)^{2\Delta I-2} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{(2\Delta I + 5)(2\Delta I + 4)(2\Delta I + 3)} \cdot \frac{\Delta I}{1^2 \cdot 3^2 \cdot \dots (2\Delta I - 1)^2}$$

Setzt man für den Kernradius  $R$  des Rb 87 den Wert  $5,85 \cdot 10^{-13}$  cm, so ergibt sich:

$$\frac{f_{\Delta I}}{f_{\Delta I=0}} \approx 2 \cdot 10^{-15};$$

was bedeutet, daß durch die Kernspinänderung  $\Delta I = 3$  die Lebensdauer des Rb 87 gegenüber einem  $\beta$ -Strahler mit der gleichen Zerfallsenergie aber einem  $\Delta I = 0$  um den Faktor  $\sim 5 \cdot 10^{14}$  verlängert wird. Da die mittlere Lebensdauer des Rb 87  $\sim 1 \cdot 10^{11}$  Jahre beträgt, so käme man auf eine Lebensdauer von etwa *einer Stunde*, falls bei dem Prozeß Rb 87  $\rightarrow$  Sr 87 keine Kernspinänderung vorhanden wäre, d. h. falls Rb 87 auf der oberen Sargent-Kurve läge. Die dort liegenden  $\beta$ -Strahler mit annähernd der gleichen Zerfallsenergie wie Rb 87 haben Halbwertszeiten von *Tagen*. Bei den eben erwähnten Unsicherheiten theoretischer und experimenteller Art erscheint uns diese „Übereinstimmung“ recht befriedigend.

Auf Grund der sichergestellten Kernimpulsmomente läßt sich also sagen, daß der Übergang vom *Grundzustand* des Rb 87-Kerns zum *Grundzustand* des Sr 87-Kerns im Sinne der  $\beta$ -Zerfallstheorie in hohem Maße verboten ist. Ob Übergänge über angeregte Sr 87 Kernzustände möglich sind, bleibt ungewiß, da bezüglich eventuell vorhandener  $\gamma$ -Strahlung bei dem Zerfallsprozeß bisher nichts bekannt ist. Bei der geringen Zerfallsenergie des Rb 87 dürfte aber keine große Wahrscheinlichkeit zur Anregung des Sr 87-Kerns bestehen.

<sup>1)</sup> H. A. Bethe u. R. F. Bacher, Rev. of Modern Phys. **8**, 196, 1936.

Die Versuche stellen gleichzeitig ein lehrreiches Beispiel dar, wie wichtig es ist, bei komplexen Strukturen mit getrennten Isotopen arbeiten zu können. Wenn heute noch Unsicherheiten in der Kernmomentenbestimmung vorhanden sind, so haben sie durchweg in der Überlagerung der Strukturen der einzelnen Isotope ihren Grund. In all den Fällen aber, in denen die Aufspaltungsbilder wirklich aufgelöst werden können, muß man den angegebenen Kernmomenten volles Vertrauen schenken.

Wir danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Überlassung der notwendigen Spektralapparate, der Firma Linde für die kostenlos gelieferten Edelgase und Herrn Dr. Ritschl für die Versilberung der Perot-Fabry-Platten. Unser ganz besonderer Dank gilt Herrn Prof. Hahn, der durch die Überlassung des kostbaren Präparates die Durchführung der Arbeit erst ermöglichte. Der eine von uns (M. Heyden) dankt der Preußischen Akademie der Wissenschaften für Beihilfe zu dieser Arbeit.

(Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für Metallforschung in Stuttgart.)

## Theorie der Kristallplastizität.

Von **Albert Kochendörfer** in Stuttgart.

Mit 7 Abbildungen. (Eingegangen am 4. Dezember 1937.)

I. Ableitung der Gleichungen. 1. Einleitung. 2. Der Mechanismus des Gleitens. 3. Die Entfestigung. 4. Die Verfestigungsfunktion  $\tau$ . — II. Experimentelle Prüfung. 5. Bemerkungen über die Möglichkeit der experimentellen Prüfung. 6. Bestimmung der Konstanten. 7. Beginn der Gleitung. Temperatur- und Geschwindigkeitsabhängigkeit der kritischen Schubspannung. 8. Temperatur- und Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verfestigung. — III. Zusammenfassung.

### I. Ableitung der Gleichungen.

**1. Einleitung.** Die Untersuchung der plastischen Eigenschaften von Naphthalinkristallen<sup>1)</sup> hat ergeben, daß die bei einer Verformung wirksame Schubspannung  $\sigma$  sich additiv aus zwei einzeln meßbaren Teilbeträgen  $\Delta\sigma$  und  $\tau$  zusammensetzt, wo die dynamische Größe  $\Delta\sigma = q(u)$  nur von der Gleitgeschwindigkeit  $u$  abhängt:

$$\sigma = \tau + q(u) \quad \text{oder} \quad u = F(\sigma - \tau). \quad (1)$$

Über die Verfestigung  $\tau$  läßt sich mit Sicherheit nur die Aussage machen, daß sie nicht eine Funktion der Veränderlichen  $a$  und  $u$  ( $a$  Ableitung) allein ist. Die Versuche wiesen auf den möglichen Ansatz

$$\frac{d\tau}{dt} = f(\tau, a, u) \quad (2)$$

hin.

Im folgenden wird eine Theorie mitgeteilt, welche die Vorstellungen der bisherigen Theorien<sup>2) 3) 4)</sup> benutzt und so erweitert, daß obigen Ergebnissen Rechnung getragen wird. Sie erlaubt Aussagen über die Tem-

<sup>1)</sup> A. Kochendörfer, ZS. f. Kristallogr. **97**, 263, 1937. — <sup>2)</sup> E. Orowan, ZS. f. Phys. **89**, 605, 1934. — <sup>3)</sup> G. J. Taylor, ZS. f. Kristallogr. **89**, 375, 1934. — <sup>4)</sup> W. G. u. J. M. Burgers, First Report on Viscosity and Plasticity. Verhandl. d. Kon. Akad. v. Wetensch. te Amsterdam, Afd. Natuurk. (1. Sektie) DL XV, 3. Die Arbeit enthält eine zusammenfassende Darstellung der unter <sup>2)</sup> und <sup>3)</sup> angeführten Arbeiten. Vgl. auch den Beitrag von W. G. Burgers in „Plasticity, Elasticity and Structure of Matter“ von Dr. Houwink, das demnächst in deutscher Übersetzung erscheint.

peratur und Geschwindigkeitsabhängigkeit der Plastizität, die an Versuchsergebnissen geprüft werden; es ergibt sich gute Übereinstimmung.

2. *Der Mechanismus des Gleitens.* Die zur plastischen Verformung der Realkristalle notwendigen Schubspannungen sind bis zu den tiefsten Temperaturen wesentlich kleiner als die „theoretische“ Schubspannung. Der Gleitprozeß kann also nicht so verlaufen, daß gleichzeitig alle Atome zweier Netzebenen um denselben Betrag gegeneinander verschoben werden. Man muß vielmehr annehmen, daß zunächst nur wenige Atompaare gegeneinander gleiten und dieser Vorgang sich in den Gleitebenen fortpflanzt.

Die Röntgenintensitätsmessungen haben ergeben, daß ein Realkristall aus kleinen, annähernd idealen Mosaikblöcken aufgebaut ist, deren Grenzen Störstellen der regelmäßigen Gitteranordnung bilden<sup>1)</sup>; wir bezeichnen eine solche Grenze als *Rand* eines Mosaikblocks.

Wird an den Kristall eine äußere Schubspannung gelegt, so entstehen in der Umgebung eines Randes inhomogene Spannungsverteilungen (*Kerbwirkung* eines Randes). Nimmt dabei die Schubspannung in einem genügend großen Volumen  $V$  genügend hohe Werte an, so sind die Vorbedingungen für eine bleibende Verschiebung einiger Atome um etwa einen Gitterschritt gegeben (Orowan, l. c.); die dabei entstehende Atom-anordnung heißt *Versetzung* (Verhakung, dislocation)<sup>2)</sup>. Eine solche stellt eine Art Gitterstörung dar, welche in einem sonst regelmäßigen Gitter bestehen kann. Sie besitzt die gewünschte Eigenschaft, unter dem Einfluß der gleichen äußeren Schubspannung  $\sigma$  zu „wandern“ (siehe unten) und damit eine stetige Verschiebung der durch die betrachteten Gleitebenen bestimmten Gitterhälften um einen Gitterschritt zu bewirken<sup>3)</sup>. Nach dieser Verschiebung ist in den beiden Gleitebenen die ungestörte Gitteranordnung wiederhergestellt.

Die Versetzungen sind dadurch gekennzeichnet, daß  $n$  Atomen in der Gleitrichtung einer Gleitebene  $(n + 1)$  Atome in der Nachbargleitebene gegenüberstehen. Die Zahl  $n$  wird durch die Bindungskräfte der Atome

<sup>1)</sup> Die Mosaikstruktur ist von der Vorgeschichte des Kristalls abhängig und daher nicht im thermodynamischen Gleichgewicht. Vgl. z. B. U. Dehlinger, Die Physik **5**, 1, 1937. — <sup>2)</sup> Versetzungen wurden zuerst in der Theorie der elastischen Hysteresis von L. Prandtl (ZS. f. angew. Math. u. Mech. **8**, 85, 1928) und der Rekristallisation von U. Dehlinger (Ann. d. Phys. **2**, 749, 1929) untersucht. Auf ihre Bedeutung für die plastische Verformung haben zuerst M. Polanyi (ZS. f. Phys. **89**, 660, 1934) und G. J. Taylor (l. c.) hingewiesen. — <sup>3)</sup> Grundsätzlich ähnlich ist die Vorstellung des Wanderns der „Lockerstellen“ bei A. Smekal (vgl. z. B. ZS. f. Kristallogr. **89**, 386, 1934).



im Gitter bestimmt. In einem ungespannten Kristall ist eine Versetzung an eine Ruhelage gebunden. Mit wachsender Schubspannung  $\sigma$  nähern sich die Atome der Versetzung labilen Lagen, die sie bei  $\sigma \sim \frac{\sigma_R}{2n}$  ( $\sigma_R$  theoretische Schubspannung) erreichen (Polanyi, l. c.): die Versetzung beginnt zu wandern, d. h. die in ihrer Fortschrittrichtung liegenden Atome werden nacheinander in ihren Verband aufgenommen, dafür nehmen hinter ihr ebenso viele Atome die neue ungestörte Gitterlage ein. Abbildungen und nähere Einzelheiten finden sich in den oben zitierten Arbeiten.

Die erwähnten Theorien nehmen übereinstimmend die Versetzungen als Elemente des Gleitvorgangs an, zeigen aber Verschiedenheiten in den Vorstellungen über ihre Entstehung und Wanderung im Gitter. Wir schließen uns im wesentlichen den Auffassungen von W. G. und J. M. Burgers, die selbst einzelne Vorstellungen der beiden anderen Theorien verbinden, an und legen folgende Annahmen zugrunde:

1. Die Versetzungen werden bei Vorhandensein einer äußeren Schubspannung  $\sigma$  durch die Kerbwirkung und unter Mitwirkung der thermischen Schwankungen an den Rändern der Mosaikblöcke gebildet.

2. Die gebildeten Versetzungen wandern durch das Gitter, bis sie wieder an einen Rand treffen, wo sie *gebunden* werden<sup>1)</sup>. Dieser Vorgang wird im einzelnen in Abschnitt 3 beschrieben.

3. Die gebundenen Versetzungen erzeugen ein inneres Spannungsfeld  $\tau$ , das dem äußeren Feld  $\sigma$  entgegenwirkt und damit dessen Wirkung hinsichtlich der Neubildung von Versetzungen herabsetzt. Das bewirkt die während der Deformation auftretende Verfestigung.

So ergeben sich folgende Ansätze: Für die Zahl der in einem Zeitelement  $dt$  in der Volumeneinheit gebildeten Versetzungen:

$$\left. \begin{aligned} d_1 N &= \alpha_1 e^{-\frac{V_1}{2GkT}(\sigma_{R1} - q_1(\sigma - \tau))^2} dt \\ &= \alpha_1 e^{-\frac{A_1}{kT}\left(1 - \frac{(\sigma - \tau)}{\sigma_0^1}\right)^2} dt, \\ A_1 &= \frac{V_1 \sigma_{R1}^2}{2G}, \quad \sigma_0^1 = \frac{\sigma_{R1}}{q_1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

<sup>1)</sup> Über die Ursachen der Bindung einer Versetzung bestehen bisher nur sehr unbestimmte Vorstellungen. W. G. u. J. M. Burgers erwähnen die Verbiegungen der Gleitebenen an den Rändern (Laue-Asterismus).

und für die Abgleitungszunahme, welche diese Versetzungen nach Zurücklegung der freien Weglänge  $L$ , d. i. der mittleren Ausdehnung der Mosaikblöcke, ergeben (Taylor, l. c.):

$$da = \lambda L d_1 N. \quad (4)$$

Dabei bedeuten:  $G$  den Schubmodul,  $q_1$  den Kerbwirkungsfaktor,  $V_1$  das Volumen, in welchem die Schubspannung thermisch auf die Schubspannung  $\sigma_{R1}$  erhöht werden muß, damit die Bildung einer Versetzung möglich ist<sup>1)</sup>,  $\lambda$  den Gitterabstand in der Gleitrichtung und  $\alpha_1$  eine Konstante der Dimension  $t^{-1} l^{-2}$ ;  $A_1$  ist die Schwellenenergie (Aktivitätswärme), die nötig ist, um eine Versetzung im spannungslosen Kristall ( $\sigma = 0$ ) allein durch thermische Schwankungen zu erzeugen; der Faktor

$$q_1^2 = \left(1 - \frac{(\sigma - \tau)}{\sigma_0^1}\right)^2$$

gibt den Anteil von  $A_1$  an, welchen die thermische Energie des Kristalls noch aufzubringen hat, wenn eine äußere Schubspannung  $\sigma$  angelegt wird.  $\sigma_0^1$  ist die Schubspannung, bei welcher die Versetzungsbildung ohne Mitwirkung der thermischen Schwankungen erfolgt.

Die Zeitdauer, in welcher die Abgleitung nach (4) um  $da$  zunimmt, und damit die Gleitgeschwindigkeit  $u$ , hängen davon ab, wie rasch die Versetzungen wandern. Ihre Wanderungsgeschwindigkeit  $w$  wird sowohl durch die äußere Schubspannung  $\sigma$  im Verhältnis zur Schubspannung  $\sigma_R/2$   $n$  (vgl. oben) als auch durch die Temperaturbewegung beeinflußt. Ohne Kenntnis der Zahl  $n$  der Atome einer Versetzung läßt sich nichts darüber aussagen, wie die Verhältnisse in Wirklichkeit sind. Eine nähere Untersuchung, über die ich in einer späteren Mitteilung berichten werde, zeigt jedoch, daß die Wanderungsgeschwindigkeit der Versetzungen unterhalb einer in der Nähe des Schmelzpunktes gelegenen Temperatur und für nicht zu kleine Gleitgeschwindigkeiten (vgl. Abschnitt 7) praktisch ohne Einfluß auf den Verlauf der Deformation ist. Mit diesen Einschränkungen können wir daher annehmen, daß die Versetzungen sehr rasch wandern. Dann beziehen sich  $d_1 N$  und  $da$  in (4) auf dasselbe Zeitelement  $dt$  und (4) darf nach der Zeit differenziert werden. Für die Gleitgeschwindigkeit  $u$  ergibt sich damit:

$$u = \frac{da}{dt} = \alpha_1 \lambda L e^{-\frac{A_1}{kT}} \left(1 - \frac{\sigma - \tau}{\sigma_0^1}\right)^2. \quad (5)$$

<sup>1)</sup>  $\sigma_{R1}$  wird in den Theorien als theoretische Schubspannung angenommen. In Abschnitt 3 wird gezeigt, daß dies nicht genau der Fall ist.

(5) besagt: Die zur Aufrechterhaltung einer bestimmten Gleitgeschwindigkeit  $u$  notwendige Neubildung von Versetzungen bedingt, daß die Schubspannung  $\sigma$  einen bestimmten, nur von der Gleitgeschwindigkeit abhängigen Betrag  $\Delta\sigma = \sigma - \tau$  über die eigentliche Verfestigung  $\tau$  erhöht werden muß, damit die Unterstützung der äußeren Schubspannung durch die thermischen Gitterschwingungen gerade hinreichend groß ist (*dynamischer Einfluß*). Der Ansatz steht somit in Übereinstimmung mit der experimentell gefundenen allgemeinen Beziehung (1). Die ihm zugrunde liegenden Vorstellungen dürfen daher im wesentlichen als richtig angesehen werden.

**3. Die Entfestigung.** Die Beziehung (5) läßt die Frage ungelöst, wie eine Verfestigungskurve  $\tau = \tau(a)$  bei gegebenen Versuchsbedingungen (Gleitgeschwindigkeit, Temperatur) verläuft.

Die Beantwortung dieser Frage erfordert mindestens die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen  $\tau$  und der Zahl der gebundenen Versetzungen. Wie dieser Zusammenhang aber auch angesetzt wird, stets erhält man unter der Annahme, daß alle Versetzungen nach einer bestimmten freien Weglänge  $L$  gebunden werden, nur eine Funktion  $\tau$ , in welche  $L$  als Parameter eingeht. Die bisherigen Versuche, die Temperatur- und Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verfestigung zu erklären, mußten daher notwendigerweise eine Änderung von  $L$  mit der Temperatur und Gleitgeschwindigkeit verständlich machen, z. B. durch Annahme einer mehr oder weniger großen Durchlässigkeit der Ränder (Taylor). Eine quantitative Fassung konnte auf diese Weise nicht erhalten werden. Dies war auch nicht zu erwarten, solange keine bestimmten Vorstellungen über die Natur der Ränder gemacht wurden, die eine Aussage darüber erlaubten, unter welchen Bedingungen eine Versetzung gebunden wird.

Wir machen die Annahme, daß die Mosaikgrenzen als freie Oberflächen angesehen werden können, d. h. daß die beim Gleiten entstehende Treppenstruktur sich in den Mosaikblöcken ebenso ungestört ausbilden kann, wie wenn diese Blöcke aus dem Gesamtgitterverband herausgelöst wären. Diese Annahme führt zwanglos auf eine definierte und quantitativ verwertbare Vorstellung einer gebundenen Versetzung. Eine gewisse Begründung gibt die Vorstellung, daß die Atome an den Mosaikgrenzen leichter beweglich sind, so daß sie bei der Treppenbildung ausweichen können und eine starke Wirkung auf die anstoßende Gitterreihe der benachbarten Mosaikblocks nicht stattfindet.

Auf Grund unserer Annahme sind die Mosaikblöcke vollkommen unabhängig voneinander zu betrachten und wir haben die Verhältnisse in einem Kristall mit Kerbwirkung an der Oberfläche zu untersuchen.

Die Bildungsarbeit  $A_1$  einer Versetzung enthält den entstehenden Zuwachs  $O$  an Oberflächenenergie (Treppenbildung):

$$A_1 = A_1' + O. \quad (6)$$

In dem Ansatz (3) wird dies dadurch berücksichtigt, daß an Stelle der theoretischen Schubspannung  $\sigma_R$  die größere Schubspannung  $\sigma_{K1}$  tritt.

Nach Überschreiten des labilen Zustandes bei der Bildung einer Versetzung wird ein Teil  $A_2'$  der Arbeit  $A_1'$  wieder frei, der Rest  $E$  stellt die (elastische) Energie der Versetzung selbst dar:

$$A_2' = A_1' - E. \quad (7)$$

$A_2'$  ist die Energie, die aufgewandt werden muß, damit der labile Zustand vom Kristallinnern her wieder erreicht wird. Wandert die Versetzung, so bleibt sie auf dem Energieniveau  $E$ , bis sie am anderen Rand durch die äußere Schubspannung auf das Niveau  $E + A_2(1 - \varrho_2^2)$  „gehoben“ wird, wo  $A_2$  bis auf einen geringen Oberflächenenergieanteil gleich  $A_2'$  ist<sup>1)</sup>. Dann geschieht solange nichts Wesentliches, bis infolge der thermischen Schwankungen der labile Zustand überschritten wird, wonach, abgesehen von einer gegenseitigen Verschiebung der betrachteten Gleitebenen um einen Gitterschritt, die ursprüngliche Gitteranordnung wiederhergestellt ist: Die Versetzung ist *aufgelöst*.  $A_2$  stellt die in einem spannungslosen Kristall ( $\sigma = 0$ ) zur rein thermischen Auflösung notwendige Schwellenenergie dar. Fig. 1 veranschaulicht die Energieverhältnisse bei der Bildung und Auflösung einer Versetzung.

Wir haben also folgendes Bild gewonnen: Eine Versetzung wird nach ihrer Wanderung infolge der Energieschwelle  $A_2$  „gebunden“, die Zeitdauer der Bindung ist aber beschränkt. Die mittlere „Lebensdauer“ einer gebundenen Versetzung ist umgekehrt proportional zu der Auflösungswahrscheinlichkeit  $\exp. (-A_2\varrho_2^2/kT)$ . Mit der Auflösung vermindert sich die Verfestigung  $\tau$  um den der Versetzung zukommenden Betrag; wir bezeichnen daher die Wirkung der Auflösung als *Entfestigung*.

<sup>1)</sup> Der größte Teil des Oberflächenenergiezuwachses am Auflösungsrand wird während der Wanderung der Versetzung, mit der eine stetige Verschiebung der Kristallhälften einhergeht, geleistet.



Für die Zahl  $d_2 N$  der Versetzungen, die in einem Zeitelement  $dt$  in der Volumeneinheit aufgelöst werden, erhalten wir somit den (3) entsprechenden Ausdruck:

$$d_2 N = \alpha_2 e^{-\frac{A_2}{kT} \left(1 - \frac{\sigma - \tau}{\sigma_0^2}\right)^2} dt. \quad (8)$$

Wir haben die Konstanten in (8) allgemein angesetzt, denn trotz der Ähnlichkeit des Bildungs- und Auflösungs Vorgangs brauchen die Größen  $V$  und  $q$

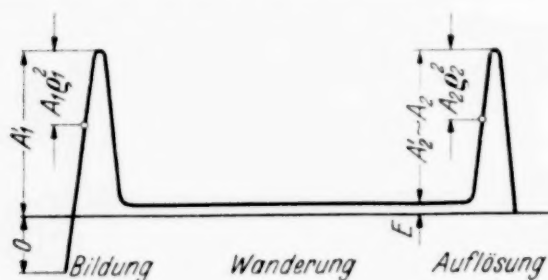


Fig. 1. Schematische Darstellung der Energieverhältnisse bei der Bildung und Auflösung einer Versetzung. Die Kreise bezeichnen die Energielagen, auf welche die Versetzung durch die äußere Schubspannung infolge der Kerbwirkung „gehoben“ wird.

nicht für beide Vorgänge übereinzustimmen, außerdem ist (6) und (7) zu beachten.

Die neugewonnene Gleichung (8) reicht zusammen mit den bisherigen Gleichungen noch nicht hin, um den Verlauf von  $\tau$  berechnen zu können, es muß hierzu noch bekannt sein, wie  $\tau$  durch die gebundenen Versetzungen bestimmt wird.

4. Die Verfestigungsfunktion  $\tau$ . Die Annahme von Taylor (l. c.), daß  $\tau^2$  proportional zur Anzahl  $N$  der gebundenen Versetzungen ist, führt auf Parabeln als Kurven konstanter Gleitgeschwindigkeit, und diese bilden bei den kubischen Metallen und bei Naphthalin eine recht gute Näherung. Wir übernehmen daher diesen Ansatz (vgl. die Bemerkungen am Schluß dieses Abschnittes).

Nun können wir  $N$  eliminieren und durch die meßbare Größe  $\tau$  ersetzen und damit zu praktisch anwendbaren Formeln übergehen. Zur Zeit  $t$  seien  $N$  gebundene Versetzungen vorhanden; nach Taylor gilt dann:

$$\tau = \beta G \lambda \sqrt{N}. \quad (9a)$$

$\beta$  ist eine Konstante der Größenordnung  $1/2\pi$ . In einem folgenden Zeitelement  $dt$  seien  $d_1 N$  Versetzungen gebildet und  $d_2 N$  Versetzungen aufgelöst worden, dabei habe  $\tau$  um  $d\tau$  zugenommen, also

$$\tau + d\tau = \beta G \lambda \sqrt{N + d_1 N - d_2 N}. \quad (9b)$$

Aus (9a), (9b) und (3) ergibt sich:

$$\begin{aligned} 2\tau \frac{d\tau}{dt} &= \beta^2 G^2 \lambda^2 \left( \frac{d_1 N}{dt} - \frac{d_2 N}{dt} \right) \\ &= \beta^2 G^2 \lambda^2 \left\{ \alpha_1 e^{-\frac{A_1}{kT} \left(1 - \frac{\sigma - \tau}{\sigma_0^2}\right)^2} - \alpha_2 e^{-\frac{A_2}{kT} \left(1 - \frac{\sigma - \tau}{\sigma_0^2}\right)^2} \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$



Nach (5) ist die rechte Seite von (10) eine Funktion der Gleitgeschwindigkeit  $u$  und der Temperatur  $T$  allein, die sich durch Einsetzen von  $(\sigma - \tau)$  aus (5) ergibt. Wir erhalten:

$$(\sigma - \tau) = \sigma_0^1 \left\{ 1 - \sqrt{\frac{1}{A_1/k} \ln \frac{\alpha_1 \lambda L}{u}} \sqrt{T} \right\}, \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} 2\tau \frac{d\tau}{dt} &= \frac{\beta^2 G^2 \lambda}{L} \left\{ u - \alpha_2 \lambda L e^{-q(u, T)} \right\}, \\ q(u, T) &= \left( 1 - \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \right) \frac{A_2}{kT} + 2 \left( 1 - \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \right) \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \sqrt{\ln \frac{\alpha_1 \lambda L}{u} \frac{A_2/k}{A_1/kT}} \\ &\quad + \frac{A_2/k}{A_1/k} \left( \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \right)^2 \ln \frac{\alpha_1 \lambda L}{u}. \end{aligned} \quad (11b)$$

Damit haben wir die geeignete Form der Grundgleichungen gewonnen. Zusammen mit den Gleichungen, welche die Versuchsbedingungen angeben, liefern sie eine vollständige Beschreibung des Gleitvorganges. Wie (5) bzw. (11a), so bildet auch (11b) einen speziellen Fall der entsprechenden experimentellen Formel (2). (11b) bringt zum Ausdruck, daß der Verlauf der Verfestigung  $\tau$  durch das von der Temperatur und Gleitgeschwindigkeit abhängige Gleichgewicht zwischen Verfestigung und Entfestigung (ursprünglich der Bildung und Auflösung der Versetzungen) bestimmt ist. Die freie Weglänge  $L$  ist unabhängig von den Versuchsbedingungen gleich der mittleren Ausdehnung der Mosaikblöcke und gibt im Rahmen unserer Vorstellungen keinen Anlaß zu einer Temperatur- und Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verfestigung.

Gegen die Ansätze (3) und (8) läßt sich einwenden, daß sie den gebildeten Vorstellungen insofern nicht entsprechen, als sie die Zahl der entstehenden bzw. verschwindenden Versetzungen unabhängig von der Zahl der schon gebundenen Versetzungen angeben. Folgende Überlegungen rechtfertigen die Ansätze. Ein notwendiges Glied in der Kette der Gleichungen ist die Beziehung zwischen der Zahl der gebundenen Versetzungen und der Verfestigung  $\tau$ . Ein Blick auf die unterschiedliche Form der Verfestigungskurven zeigt, daß hier verwickelte Gesetzmäßigkeiten vorliegen. Solange diese nicht bekannt sind, ist es zweckmäßig, besonders einfache Fälle herauszugreifen und sie als Grundlage phänomenologischer Ansätze zu benutzen. Wenn wir die Zahl der Plätze, an denen Versetzungen entstehen können, und für die Auflösung die Zahl der gebundenen Versetzungen durch konstante Mittelwerte ersetzen und den Taylorschen Ansatz  $\tau \sim \sqrt{N}$  bzw. gelegentlich

$\tau \sim N$  (Abschnitt 8, 2) benutzen, so erhalten wir in den meisten Fällen eine gute Annäherung an den experimentellen Verlauf der Verfestigungskurven. Die erhaltenen Formeln sind verhältnismäßig einfach und ihrem ganzen Inhalt nach experimentell nachprüfbar, so daß ein Urteil über die Brauchbarkeit der Grundgedanken über die Bildung und Auslösung der Versetzungen erhalten werden kann.

## II. Experimentelle Prüfung.

5. *Bemerkungen über die Möglichkeit der experimentellen Prüfung.* Die einfachsten Versuchsbedingungen zur Integration der Gleichungen (11) sind  $u = \text{const}$ ,  $T = \text{const}$ . Wir können bei fester Gleitgeschwindigkeit eine Schar von Verfestigungskurven für verschiedene Temperaturen (Temperaturabhängigkeit) oder bei fester Temperatur für verschiedene Gleitgeschwindigkeiten (Geschwindigkeitsabhängigkeit) aufstellen.

Experimentell ist es schwierig, die Bedingung  $u = \text{const}$  zu erfüllen. Näherungsweise ist sie bei konstanter Zuggeschwindigkeit eines Polanyi-Apparats, weniger genau bei konstanter Belastungsgeschwindigkeit verwirklicht. Die in diesen Fällen auftretenden Schwankungen der Gleitgeschwindigkeit haben einen so geringen Einfluß auf die kritische Schubspannung und die Verfestigung, daß dieser gegenüber den individuellen Kristallunregelmäßigkeiten keine Rolle spielt. Die kritische Schubspannung ist sogar in so geringem Maße von der Gleitgeschwindigkeit abhängig, daß sich die Streubereiche für verschiedene Geschwindigkeiten, selbst bei starker Änderung, überdecken. Die Geschwindigkeitsabhängigkeit der kritischen Schubspannung muß daher auf andere Weise festgestellt werden, wofür in Abschnitt 7 ein geeigneter Weg angegeben wird.

Zur Aufstellung der übrigen Gesetzmäßigkeiten können die bei den beiden genannten Versuchsführungen erhaltenen Verfestigungskurven mit hinreichender Genauigkeit als Kurven konstanter Gleitgeschwindigkeit angesehen werden.

6. *Die Bestimmung der Konstanten.* (11a) enthält die Temperatur- und Geschwindigkeitsabhängigkeit der kritischen Schubspannung (vgl. Abschnitt 7), sowie die dadurch bestimmte Temperaturabhängigkeit der Gleitgeschwindigkeit bei konstanter Schubspannung (Abschnitt 7). Die darin allein auftretenden Größen

$$\sigma_0^1; A_1/k; \alpha_1 \lambda L \quad (12)$$

können aus drei unabhängigen Einzelmessungen (z. B. hier zwei kritischen Schubspannungen bei verschiedenen Temperaturen und dem Temperaturkoeffizienten der Gleitgeschwindigkeit bei bestimmter Temperatur) berechnet werden. Für die Metalle ergeben sich nahezu übereinstimmende Werte von  $A_1/k$  und  $\alpha_1 \dot{\gamma} L$  (Abschnitt 7)<sup>1)</sup>; im Mittel wird<sup>2)</sup>:

$$A_1/k = 25000; \quad \alpha_1 \dot{\gamma} L = 4.8 \cdot 10^{12}. \quad (13)$$

Für  $N = 6,06 \cdot 10^{23}$  Versetzungen ist also die gesamte Bildungsarbeit im Mittel  $NA = 50000$  cal. Die Geschwindigkeitsabhängigkeit der kritischen Schubspannung dient schon zur Prüfung von (11a).

(11b) enthält die Temperatur und Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verfestigung (Abschnitt 8). Jede dieser Kurven (Fig. 5 bzw. 7) genügt einzeln zur Bestimmung der neben (12) noch auftretenden Ausdrücke

$$\beta^2 G^2 \dot{\gamma} / L; \quad A_2/A_1; \quad \alpha_2 \dot{\gamma} L; \quad \sigma_0^1/\sigma_0^2. \quad (14)$$

Die andere Abhängigkeit kann also jeweils zur Prüfung der Ergebnisse dienen. Für Metallkristalle liegen nur die Temperaturmessungen mit genügender Genauigkeit vor. Die Konstante  $C$  in der sich ergebenden Gleichung (21) ist dabei von so geringem Einfluß auf diesen Verlauf, daß sie daraus nicht genau bestimmt werden kann; zur Berechnung der Ausdrücke (14) muß daher die Geschwindigkeitsabhängigkeit mit berücksichtigt werden. Die für die Metalle sich ergebenden Mittelwerte sind:

$$A_2/A_1 \sim 0.9; \quad \alpha_2 \dot{\gamma} L \sim 2.6 \cdot 10^{11}; \quad \sigma_0^1/\sigma_0^2 \sim 0.996. \quad (15)$$

In den Fällen, in denen die Meßgenauigkeit der bisherigen Versuche an Metallen zu einer genauen Prüfung der Formeln nicht ausreicht, wurden die Ergebnisse bei Naphthalin unter der Annahme, daß nahezu dieselben Konstanten gelten, verwandt und eine gute Bestätigung der Formeln festgestellt.

**7. Beginn der Gleitung. Temperatur und Geschwindigkeitsabhängigkeit der kritischen Schubspannung.** Die Kristalle seien zu Beginn unverformt und unverfestigt, so daß die Anfangsbedingung lautet

$$\tau_0 = \tau(a=0) = 0. \quad (16)$$

<sup>1)</sup>  $\sigma_0^1$  nimmt je nach der besonderen Größe der kritischen Schubspannungswerte verschiedene Werte an. — <sup>2)</sup>  $\alpha_1 \dot{\gamma} L$  hat die Dimension  $t^{-1}$ , ist also von der Einheit der Gleitgeschwindigkeit abhängig. Wir nehmen stets eine Gleitgeschwindigkeit der Größenordnung Abgleitung 10/Stunde als Einheit an (vgl. Abschnitt 7).

Bezeichnen wir die Anfangsschubspannung mit  $\sigma_0$ , so wird aus (11a):

$$\sigma_0 = \sigma(a = 0) = \sigma_0^1 \left( 1 - \sqrt{\frac{1}{A_1/k} \ln \frac{\alpha_1 \lambda L}{u_0}} \sqrt{T} \right), \quad (17a)$$

$$\sigma = \sigma_0 + \tau. \quad (17b)$$

(17a) besagt: Damit schon von Beginn der Verformung an die Gleitgeschwindigkeit  $u$  den verlangten Wert  $u_0$  besitzt, ist eine von Null verschiedene Schubspannung  $\sigma_0$ , die *kritische Schubspannung*, erforderlich. Experimentell ergibt sich  $\sigma_0$  als die Schubspannung, bei welcher eine der Antriebs- bzw. Belastungsgeschwindigkeit entsprechende Gleitgeschwindigkeit erst *möglich* ist. Da wir praktisch immer bei der Gleitgeschwindigkeit Null anfangen müssen, und daher das Gebiet  $0 \leq u \leq u_0$  durchlaufen wird, so ist eine meßbare Abgleitung in diesem Gebiet durchaus möglich. Unbeschadet dessen ist die kritische Schubspannung bestimmbar als diejenige Schubspannung, bei welcher die Gleitgeschwindigkeit  $u_0$  sich praktisch unstetig einstellt und die Dehnungskurve einen Knick aufweist.

Es ist zu betonen, daß von einer kritischen Schubspannung nur bezüglich einer bestimmten Gleitgeschwindigkeit gesprochen werden kann. Durch sogenannte statische Versuche, bei welchen die Belastung schrittweise gesteigert und nach jedem Schritt die Abgleitung gemessen wird, welche sich nach einer gewissen Zeit (nach der sie nicht mehr zunimmt) einstellt, kann keine genau definierte Schubspannung festgestellt werden.

Ein Beispiel liefern Messungen an Naphthalin<sup>1)</sup>. Bei konstanter Antriebsgeschwindigkeit des Polanyi-Apparats zeigten die Dehnungskurven stets einen scharfen Knick, der die kritische Schubspannung angab, während bei schrittweiser Spannungssteigerung schon lange vorher merkliches Fließen eintrat.

Die statischen Versuche ergeben allgemein nur reproduzierbare Ergebnisse, wenn die Belastungserhöhungen hinreichend klein sind und die Temperatur so tief ist, daß die Erholung innerhalb der Beobachtungszeiten vernachlässigt werden kann. Sonst kann man bei einer Schubspannung, welche die Elastizitätsgrenze nur wenig überschreitet, jede Abgleitung erhalten (Erholungsfließen).

Fig. 2 gibt eine Übersicht über den qualitativen Verlauf von  $\sigma_0$  als Funktion von  $u$  für verschiedene Temperaturen. Die Kurven sind Gaußsche

<sup>1)</sup> Unveröffentlichte Versuche von A. Kochendörfer.



Glockenkurven mit der  $\sigma_0$ -Achse als Asymptote und ( $\sigma_0 = \sigma_0^1$ ;  $u = \alpha_1 \lambda L$ ) als Scheitelpunkt; ihre Halbwertsbreite nimmt proportional mit  $\sqrt{T}$  zu. Für  $T = 0$  bzw.  $T = \infty$  entarten die Kurven in die Geraden  $\sigma_0 = \sigma_0^1$  bzw.  $u = \alpha_1 \lambda L$ . Bei der Schubspannung  $\sigma_0^1$ , die gleichzeitig kritische Schubspannung für  $T = 0$  ist, werden die Versetzungen ohne Mitwirkung thermischer Schwankungen gebildet. Über diesen Zustand hinaus hat eine Wahrscheinlichkeitsbetrachtung keinen Sinn mehr, die obere Hälfte der Kurven ist daher ohne physikalische Bedeutung. Da die  $\sigma_0^1$  zukommende Gleitgeschwindigkeit von der Größenordnung Ableitung  $10^{12}$ /Stunde ist, so kommt eine Annäherung an diesen Fall praktisch nicht in Frage.

Um den Verlauf der kritischen Schubspannung bei bestimmter Gleitgeschwindigkeit  $u_0$  mit der Temperatur zu erhalten, haben wir die Kurven in Fig. 2 mit der Geraden  $u = u_0$  zum Schnitt zu bringen. Infolge der zunehmenden Halbwertsbreite wird die kritische Schubspannung mit wachsender Temperatur kleiner. Orowan (l. c.) hat gezeigt, daß (17a) die experimentellen Ergebnisse bei Metallen gut wiedergibt; dabei nimmt der Faktor von  $\sqrt{T}$  in allen Fällen Werte zwischen 0,033 und 0,035 an<sup>1)</sup>. Im Mittel wird:

$$\sigma_0 = \sigma_0^1 (1 - 0,034 \sqrt{T}). \quad (18)$$

Fig. 3 zeigt die Kurven für die Gleitgeschwindigkeiten 1 und 100. Man ersieht aus der Figur, wie sich der dynamische Einfluß  $\Delta\sigma(100, 1) = \sigma_0(100) - \sigma_0(1)$  mit der Temperatur ändert.

<sup>1)</sup> Diese Werte entsprechen Verhältnissen der kritischen Schubspannung am absoluten Nullpunkt zu der bei Zimmertemperatur von 2,3 bzw. 2,5. Die Abhängigkeit dieser Werte von der Gleitgeschwindigkeit nach (17a) kann durch Messungen der kritischen Schubspannung selbst nicht festgestellt werden (vgl. Abschnitt 5).

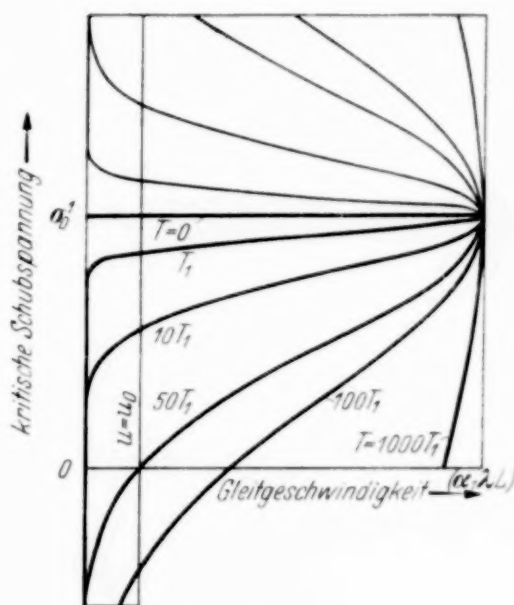


Fig. 2. Qualitativer Verlauf der kritischen Schubspannung  $\sigma_0^k$  als Funktion der Gleitgeschwindigkeit  $u$  für verschiedene Temperaturen  $T$ . Gemeinsame Asymptote:  $u = 0$ ; gemeinsamer Scheitelpunkt:  $\sigma_0^k = \sigma_0^1$ ;  $u = \alpha_1 \lambda L$ .



Zur Berechnung von  $A_1/k$  wurde die Abhängigkeit der Fließgeschwindigkeit von der Temperatur benutzt<sup>1)</sup>. Aus Fig. 3 erhalten wir ein anschauliches Bild derselben, wenn wir die Kurven mit der Geraden  $\sigma_0 = \text{const}$  zum Schnitt bringen. Man sieht, daß der Geschwindigkeitseinfluß auf die Schubspannung (dynamischer Einfluß) und der Temperatureinfluß auf die Gleitgeschwindigkeit sich wechselseitig bedingen und die quantitative

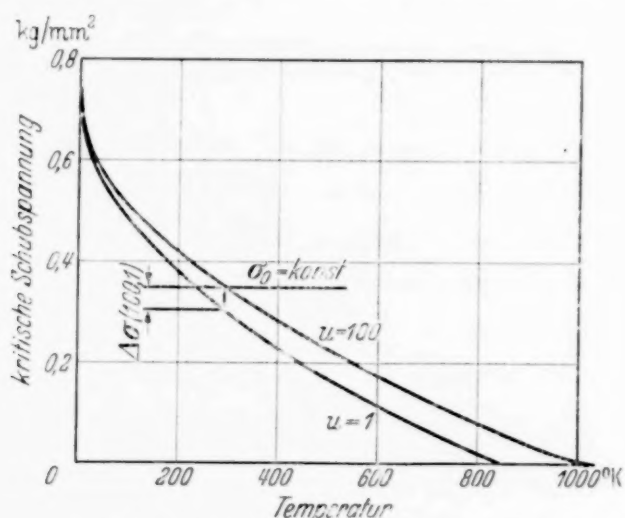


Fig. 3. Temperaturverlauf der kritischen Schubspannung für die Gleitgeschwindigkeiten 1 (Größenordnung Abgleitung 10/Stunde) und 100 nach (17a) mit

$$\sigma_0^0 = 0,74 \text{ kg/mm}^2; \quad \sigma_0(1) = 0,74 (1 - 0,034 \sqrt{T});$$

$$\sigma_0(100) = 0,74 (1 - 0,031 \sqrt{T}).$$

Bestätigung des einen, die des anderen zur Folge hat. Trotzdem bestehen grundlegende Unterschiede in ihrer experimentellen Bestimmung. Wie man aus (17a) und (17b) erkennt, steht die Gleitgeschwindigkeit nur in der Nähe der kritischen Schubspannung in unmittelbarem Zusammenhang mit der Schubspannung. Die Fließgeschwindigkeitskurven bei konstanter Spannung können daher nur in ihrem Anfangsteil benutzt werden, da mit zunehmender Abgleitung der unbekannte Einfluß der Verfestigung hinzukommt (Abnahme der Fließgeschwindigkeit). Da außerdem bei tiefen Temperaturen zu Beginn der Verformung die individuellen Kristallverschiedenheiten stärker in Erscheinung treten, als bei hohen Temperaturen, so ist bei ersteren keine gute Reproduzierbarkeit zu erwarten. Die Fließversuche von Boas und Schmid (l. c.) zeigen, worauf schon Orowan hingewiesen hat<sup>2)</sup>, daß in der Tat bei Temperaturen der flüssigen Luft die Anfangsneigung der Fließkurven stark schwankt und der Verfestigungseinfluß

<sup>1)</sup> R. Becker, Phys. ZS. **26**, 919, 1925; W. Boas u. E. Schmid, ZS. f. Phys. **100**, 463, 1936. — <sup>2)</sup> E. Orowan, ZS. f. Phys. **102**, 112, 1936.

bedeutend ist, während bei Zimmertemperatur gute Ergebnisse erzielt werden. Die genannten Autoren kommen mit Hilfe von (17a) auf einen mittleren Wert  $A_1/k = 25000$ .

Diese Einwände fallen bei der im folgenden beschriebenen Messung des dynamischen Einflusses weg, da bei ihr auch bei tiefen Temperaturen die individuelle kritische Schubspannung eliminiert wird.

Mit den erhaltenen Werten (13) wird (17a):

$$\sigma_0 = \sigma_0^1 (1 - 0,108 \sqrt{29,2 - \ln u}). \quad (19)$$

Dabei ist  $u$  als Vielfaches einer „normalen Gleitgeschwindigkeit“ von der Größenordnung Abgleitung 10/Stunde als Einheit auszudrücken<sup>1)</sup>. Fig. 4 zeigt den Anfang dieses Kurvenverlaufs; die Schubspannung ist auf den Wert bei der Gleitgeschwindigkeit 1 als Einheit bezogen und die Darstellung

damit von dem besonderen Wert von  $\sigma_0^1$  unabhängig.

Nun ist die Schubspannungsdifferenz  $\Delta\sigma(u_1, u_2) = \sigma_0(u_1) - \sigma_0(u_2)$  für zwei Gleitgeschwindigkeiten  $u_1$  und  $u_2$  unabhängig von der Abgleitung eine Funktion der Gleitgeschwindigkeit allein (dynamischer Einfluß). Wird während des Deformationsvorgangs die Gleitgeschwindigkeit rasch geändert, so ändert sich unmittelbar damit die Schubspannung um den Betrag  $\Delta\sigma(u_1, u_2)$ . Dieses Verfahren wurde bisher nur bei Naphthalin angewandt (Kochendörfer, l.c.). Es ermöglichte eine genaue Bestimmung der Geschwindigkeitsabhängigkeit der kritischen Schubspannung. Bei einer Meßgenauigkeit von  $\pm 0,02 \text{ g/mm}^2$  für  $\Delta\sigma$  und einer kritischen Schubspannung von  $12,7 \text{ g/mm}^2$  für  $u = 1$  ist diese hinsichtlich des Einflusses der Gleitgeschwindigkeit auf  $\pm 2\%$  genau bestimmt. Wir nehmen nun versuchsweise an, daß die für die Metalle erhaltenen Konstanten auch für Naphthalin gültig sind. In Tabelle 1 sind die nach (19) berechneten und die an Naphthalin gemessenen Werte zusammengestellt.

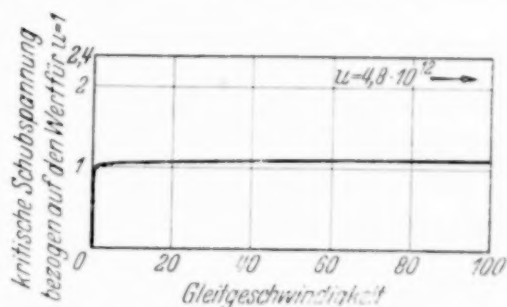


Fig. 4. Geschwindigkeitsverlauf der kritischen Schubspannung (bezogen auf den Wert bei der Gleitgeschwindigkeit 1 als Einheit) bei Zimmertemperatur nach (19). Beim Höchstwert  $\sigma_0(u)/\sigma_0(1) = 2,4$  nimmt die Gleitgeschwindigkeit den Höchstwert  $\alpha_1 \lambda L = 4,8 \cdot 10^{12}$  an.

<sup>1)</sup> Da die Geschwindigkeitsabhängigkeit der kritischen Schubspannung durch ihre individuellen Schwankungen überdeckt wird, kann die Gleitgeschwindigkeit nur größenordnungsmäßig festgelegt werden. Sie muß nur oberhalb des Knicks der Kurve in Fig. 4 liegen, darf also nicht zu klein werden (vgl. Abschnitt 2).

Die Abweichungen sind zwar teilweise größer, als die Schwankungen der Meßwerte betragen; die Übereinstimmung kann aber in Anbetracht dessen, daß genaue Zahlwerte für Naphthalin fehlen, als gut bezeichnet werden. Man sieht, daß der Gültigkeitsbereich von (17a) (vgl. Abschnitt 2) bis zu sehr kleinen Abgleitgeschwindigkeiten reicht. ( $u = 1/100$  entspricht einer Abgleitung 1 in 33 Stunden.)

Tabelle 1. Geschwindigkeitsabhängigkeit der kritischen Schubspannung  $\sigma_0$  bei Naphthalin. Es ist  $\sigma_0(u_1) = \sigma_0(u_2) + A\sigma(u_1u_2)$ . Die Einheit der Gleitgeschwindigkeit ist Abgleitung 3,1/Stunde.

$u =$	$1/1000$	$1/5$	1	5	25
$A\sigma(u_1, u_2)$ in g mm <sup>2</sup>		0,2	0,27	0,52	0,65
$\sigma_0$ in g mm <sup>2</sup> . . . .	12,23	12,43	12,7	13,22	13,87
$\frac{\sigma_0}{\sigma_0(u=1)}$ beob. . .	0,963	0,979	1,0	1,041	1,092
$\frac{\sigma_0}{\sigma_0(u=1)}$ ber. . . .	0,844	0,961	1,0	1,04	1,077

Wenn auch solche Messungen für Metalle noch nicht vorliegen, so lassen die qualitativen Ergebnisse doch darauf schließen, daß (17a) die Geschwindigkeitsabhängigkeit der kritischen Schubspannung mit ausreichender Genauigkeit wiedergibt.

#### 8. Temperatur- und Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verfestigung.

1. *Aufstellung der Formeln.* Wir betrachten nun den Fortgang der Deformation, d. h. den Verlauf der Verfestigung  $\tau$  als Funktion der Abgleitung. (Verfestigungskurven.) Die Integration von (11b) ergibt unter Berücksichtigung der Anfangsbedingung (16)

$$\frac{\tau^2}{a} = \frac{\beta^2 G^2 \lambda}{L} \left( 1 - \frac{\alpha_2 \lambda L}{u} e^{-\varphi(u, T)} \right). \quad (20)$$

Die Kurven konstanter Gleitgeschwindigkeit sind also (von der kritischen Schubspannung aus gemessen) Parabeln. (20) enthält die Temperatur- und Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verfestigung. Die Gleichungen für die beiden Fälle lauten:

Temperaturabhängigkeit ( $u = u_0 = \text{const}$ ,  $T$  veränderlich):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tau^2}{a} &= A \left( 1 - B e^{-\left(\frac{c}{T} + \frac{D}{\sqrt{T}}\right)} \right), \\ A &= \frac{\beta^2 G^2 \lambda}{L}, \quad B = \frac{\alpha_2 \lambda L}{u_0} \left( \frac{\alpha_1 \lambda L}{u_0} \right)^{-\frac{A_2}{A_1} \left( \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \right)^2}, \quad C = \left( 1 - \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \right)^2 \frac{A_2}{k}, \\ D &= 2 \left( 1 - \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \right) \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \sqrt{\ln \frac{\alpha_1 \lambda L}{u_0} \frac{A_2/k}{A_1/k}}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Geschwindigkeitsabhängigkeit ( $T = T_0 = \text{const}$ ,  $u$  veränderlich):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tau^2}{a} &= A \left( 1 - \frac{B'}{u^{C'}} e^{-D' \sqrt{\ln \frac{\alpha_1 \lambda L}{u}}} \right), \\ B' &= (\alpha_2 \lambda L) (\alpha_1 \lambda L)^{-\frac{A_2}{A_1} \left( \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \right)^2} e^{-\frac{A_2}{k T_0} \left( 1 - \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \right)^2}, \\ C' &= 1 - \frac{A_2}{A_1} \left( \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \right)^2, \quad D' = 2 \left( 1 - \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \right) \frac{\sigma_0^1}{\sigma_0^2} \sqrt{\frac{A_2/k}{A_1/k T_0}}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Die Ausdrücke (14) können je aus den Größen  $A, B, C, D$  bzw.  $A, B', C', D'$  berechnet werden; letztere selbst ergeben sich aus dem experimentellen Temperatur- bzw. Geschwindigkeitsverlauf der Verfestigung.

2. *Temperaturabhängigkeit der Verfestigung bei Aluminium und Cadmium.* Die Verfestigungskurven von Aluminium sind näherungsweise Parabeln. Die Werte von  $\tau^2/a$  sind in Tabelle 2 zusammengestellt<sup>1)</sup>. Die kritische Schubspannung ist nicht genau zu entnehmen, sie wurde für  $-185^\circ \text{C}$  zu  $0,5 \text{ kg/mm}^2$  geschätzt<sup>2)</sup> und ihr Temperaturverlauf nach (18) mit  $\sigma_0^1 = 0,71 \text{ kg/mm}^2$  berechnet (Kurve für  $u = 1$  in Fig. 3).

Tabelle 2. Experimentelle Parameterwerte  $\tau^2/a$  der Verfestigungskurven von Aluminium für verschiedene Temperaturen  $T$ .

$T$ in $K$	88	291	373	473	573	673	773	873	bei $a =$
$\tau^2/a$ in	31,9	13,6	11,6	7,2	3,5	0,93	0,53	0,33	0,2
$(\text{kg/mm}^2)^2$	39,6	11,0	7,5	4,7	2,0	0,4	0,2	0,009	0,8

<sup>1)</sup> Nach Fig. 10 in W. Boas u. E. Schmid, ZS. f. Phys. **71**, 703, 1931. Die Ergebnisse für die Metalle sind in E. Schmid u. W. Boas, Kristallplastizität, Berlin 1935, zusammengestellt. — <sup>2)</sup> Bei Boas und Schmid ist angegeben, daß bei  $-185^\circ \text{C}$  eine Schubspannung von  $\sim 800 \text{ g/mm}^2$  zur Herbeiführung einer deutlichen Oktaedertranslation genügt. Bei der vorhandenen Meßgenauigkeit genügt für uns eine rohe Berücksichtigung der kritischen Schubspannung.

Der Verlauf von  $\tau^2/a$  läßt sich durch (21) mit  $C \sim 0$ ,  $D \sim 6$  und passenden  $A$  und  $B$  gut wiedergeben. Die Funktionen für verschiedene  $D$  unterscheiden sich praktisch nur in ihrem Verlauf unterhalb  $T = 50$  K. Werte von  $C \leq 1$  sind überhaupt ohne Einfluß. Mit  $D = 5$  bzw.  $D = 7$  ergibt sich bei Festlegung der Werte von  $\tau^2/a$  für  $T = 100$  K bzw. 400 K zu 33 bzw. 8  $(\text{kg/mm}^2)^2$ :

$$\frac{\tau^2}{a} = 120,4 \left( 1 - 1,138 e^{-\frac{5}{\sqrt{T}}} \right), \quad (23a)$$

$$\frac{\tau^2}{a} = 92,7 \left( 1 - 1,296 e^{-\frac{7}{\sqrt{T}}} \right). \quad (23b)$$

Fig. 5 zeigt den Verlauf der Kurven.

Unterhalb  $T = 88$  K liegen unseres Wissens keine Messungen für Aluminium vor, der genaue Wert von  $D$  kann daher nicht bestimmt werden.

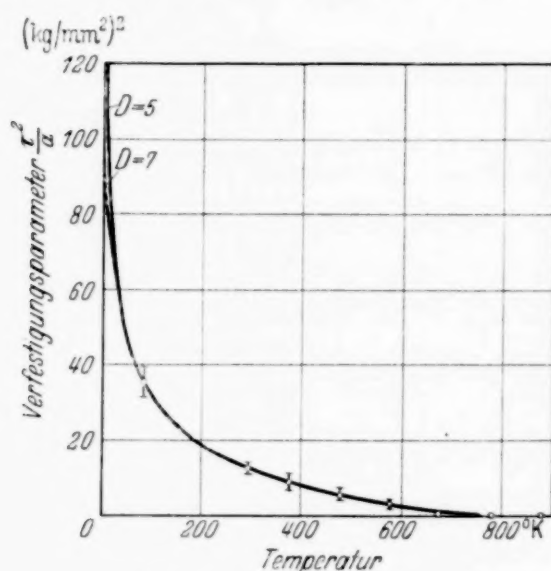


Fig. 5. Temperaturverlauf des Verfestigungsparameters  $\tau^2/a$  von Aluminium nach (23a) und (23b). Die senkrechten Striche bezeichnen die Parameterwerte der Parabeln, durch welche die experimentellen Verfestigungskurven angenähert werden können (Tabelle 2). Die Kurven haben bei  $T = 0$ , wo sie ihren Höchstwert  $A$  annehmen, eine horizontale Tangente. Mit wachsendem  $T$  streben sie asymptotisch dem Wert  $-A(B-1)$  zu. Ihr Gültigkeitsbereich (Abschnitt 2) geht bis etwa 750 K.

Doch ist bei richtiger Wiedergabe der Versuchswerte oberhalb  $T = 40$  K ein so großer Spielraum unterhalb 40 K vorhanden, daß eine gute Wiedergabe des gesamten Temperaturverlaufs angenommen werden darf.

Mit den erhaltenen Werten von  $A$  sowie mit dem von Taylor (l. c.) theoretisch abgeschätzten Wert  $\beta = 1,1/2 \pi$  ergibt sich für die freie Weglänge  $L$ :

$$L = 5,3 \cdot 10^{-5} \text{ cm} \quad \text{bzw.} \quad 6,9 \cdot 10^{-5} \text{ cm}. \quad (24)$$



Die Formeln können in der vorliegenden Gestalt nicht auf die hexagonalen Metalle angewandt werden, da deren Verfestigungskurven sich nicht durch Parabeln annähern lassen. Unter Beibehaltung der Annahme, daß die Verfestigung nur eine Funktion der Zahl der gebundenen Versetzungen ist, wäre der Ansatz (9a) den experimentellen Verhältnissen entsprechend abzuändern (vgl. Abschnitt 4), also z. B. linear anzunehmen für Verfestigungskurven, die näherungsweise Geraden sind. Das kommt darauf hinaus, in der Endformel (20) an Stelle von  $\tau^2/a$  einen anderen Parameter einzusetzen, z. B. den Tangens  $\tau/a$  des Neigungswinkels bei Geraden (Verfestigungskoeffizient).

Für Cadmium kann man die Verfestigungskurven bis zur Abgleichung 1 als Gerade ansehen<sup>1)</sup>. In Fig. 6 ist der Verlauf der Funktion

$$\frac{\tau}{a} = 0,469 \left( 1 - 1,368 e^{-\frac{\tau}{Vr}} \right) \quad (25)$$

mit den Meßpunkten nach Boas und Schmid (l.c.) eingezeichnet. Auch in diesem Falle wird also die Temperaturabhängigkeit der Verfestigung gut wiedergegeben.

Bis auf  $A$  stimmen die Konstanten in (23) und (25) überein. Da dies auch für die Konstanten (13) für alle Metalle zutrifft, so können wir uns bei den weiteren Rechnungen auf die bei Aluminium erhaltenen Werte beschränken.

**3. Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verfestigung bei Naphthalin und den Metallen.** Nach Abschnitt 6 muß zur Berechnung der Konstanten (14) die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verfestigung mit berücksichtigt werden. Nehmen wir bestimmte Werte für das Verhältnis  $A_2/A_1$  der Schwellenenergien für die Auflösung und Bildung einer Versetzung an, so lassen sich aus den nach (23) bekannten  $A$ ,  $B$  und  $D$  über die Größen (14) die Koeffizienten  $A$ ,  $B'$ ,  $C'$  und  $D'$  in (22) berechnen. Wir erhalten so den Geschwindigkeitsverlauf der Verfestigung in Abhängigkeit von  $A_2/A_1$  und können durch Vergleich mit dem experimentellen Verlauf den wirklichen Wert entnehmen.

In Tabelle 3 sind die Werte der Konstanten zusammengestellt.  $C$  ergibt sich in allen Fällen so klein, daß es ohne nennenswerten Einfluß auf den

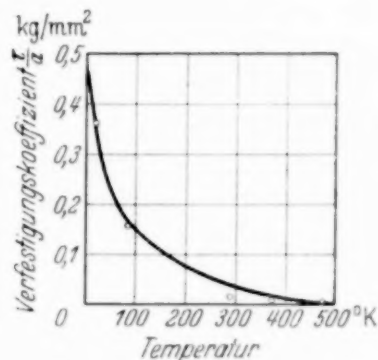


Fig. 6. Temperaturverlauf des Verfestigungskoeffizienten  $\tau/a$  von Cadmium. o: Meßpunkte. Bezüglich des allgemeinen Kurvenverlaufs vgl. Unterschrift zu Fig. 5.

<sup>1)</sup> W. Boas u. E. Schmid, ZS. f. Phys. 61. 767, 1930.

Temperaturverlauf ist: das stimmt damit überein, daß es in Gleichung (21) als nahezu Null angenommen werden mußte.

Tabelle 3. Werte der Konstanten auf Grund der Temperaturabhängigkeit der Verfestigung für verschiedene Verhältnisse  $A_2/A_1$  der Schwellenenergien der Auflösung und Bildung einer Versetzung.

$A_2/A_1$	$D$	$C$	$a_1^0/a_2^0$	$a_2 \lambda L$	$B'$	$C'$
1	5	0,215	0,9971	$4,85 \cdot 10^{12}$	1,197	0,006
	7	0,426	0,9959	$4,89 \cdot 10^{12}$	1,294	0,008
0,9	5	0,238	0,9967	$2,62 \cdot 10^{11}$	1,197	0,106
	7	0,471	0,9954	$2,64 \cdot 10^{11}$	1,294	0,108
0,75	5	0,290	0,9961	$3,27 \cdot 10^9$	1,197	0,256
	7	0,567	0,9945	$3,31 \cdot 10^9$	1,293	0,258
0,5	5	0,432	0,9941	$2,21 \cdot 10^6$	1,196	0,506
	7	0,857	0,9917	$2,23 \cdot 10^6$	1,292	0,508

Fig. 7 zeigt den nach (22) berechneten Geschwindigkeitsverlauf von  $\tau^2/a$  (bezogen auf den Wert bei der Gleitgeschwindigkeit 1 als Einheit). Zur

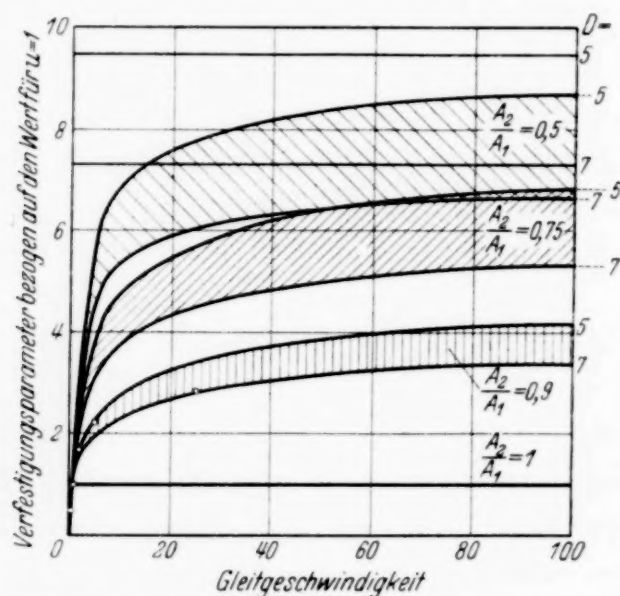


Fig. 7. Geschwindigkeitsverlauf des Verfestigungsparameters  $\tau^2/a$  (bezogen auf den Wert für die Gleitgeschwindigkeit 1 als Einheit) nach (22), für verschiedene Werte des Verhältnisses  $A_2/A_1$  der Schwellenenergien für die Bildung und Auflösung einer Versetzung, und für die Werte 5 und 7 des Koeffizienten  $D$  in (21). Für  $u = 0$  nehmen alle Kurven den Wert  $\infty$  an. Ihr Gültigkeitsbereich reicht nicht bis zur Gleitgeschwindigkeit Null (Abschnitt 2). Die beiden horizontalen Geraden sind die Asymptoten, denen die Kurven für  $u \rightarrow \infty$  zustreben. o: Meßpunkte von Naphthalin.

besseren Übersicht sind die Zwischenbereiche der Kurven für gleiche  $A_2/A_1$ , aber verschiedenes  $D$ , schraffiert.

Messungen mit hinreichender Genauigkeit liegen nur bei Naphthalin vor (Kochendörfer, l.c.). Die Verfestigungskurven lassen sich in ihrem ganzen Verlauf sehr gut durch Parabeln annähern. In Fig. 7 sind die Meßpunkte eingetragen. Sie fügen sich gut in den für  $A_2/A_1 = 0,9$  berechneten Kurvenverlauf ein. Die Annahme, daß die Konstanten dieselben Werte besitzen wie bei den Metallen, führt, wie bei der Geschwindigkeitsabhängigkeit der kritischen Schubspannung, auch hier zu richtigen Ergebnissen.

Bei den Metallen liegen nur wenige Angaben vor. Durch 23 000fache Steigerung der Zuggeschwindigkeit werden die Schubspannungswerte bei Aluminium um durchschnittlich 16% erhöht<sup>1)</sup>, bei Kadmium beträgt bei 100facher Steigerung der Geschwindigkeit die Zunahme der Verfestigung ungefähr das Doppelte<sup>2)</sup>. Im letzten Falle ergibt sich also wie bei Naphthalin ein Wert von ungefähr 0,9 für  $A_2/A_1$ , während er bei Aluminium näher an 1 liegt. Für eine genauere Prüfung der Theorie reichen die bei den Metallen vorhandenen Messungen nicht aus.

### III. Zusammenfassung.

Es wird eine Theorie der plastischen Verformung entwickelt, der folgende Annahmen zugrunde liegen:

An den Rändern der idealen Mosaikblöcke, aus denen ein Realkristall besteht, werden bei einer äußeren Schubspannung infolge der dort entstehenden Spannungsinhomogenitäten unter Mitwirkung der thermischen Schwankungen „Versetzen“ gebildet (Orowan). Die Schwellenenergie bei rein thermischer Bildung beträgt etwa 50000 cal für  $N = 6,06 \cdot 10^{23}$  Versetzungen.

Eine Versetzung wandert unter dem Einfluß der äußeren Schubspannung durch den Mosaikblock an den anderen Rand, an dem sie solange aufgehalten (gebunden) wird, bis sie, ebenfalls infolge der Spannungsinhomogenitäten und der thermischen Schwankungen, „aufgelöst“ wird (Kochendörfer). Die Schwellenenergie beträgt etwa das 0,9fache der Bildungsschwellenenergie.

Die Versetzungen erzeugen ein inneres Spannungsfeld  $\tau$ , das dem äußeren Feld  $\sigma$  entgegenwirkt (Taylor) und dessen Wirkung hinsichtlich der Neubildung von Versetzungen herabsetzt (W. G. und J. M. Burgers);  $\tau$  stellt die während der Deformation entstehende Verfestigung dar.

<sup>1)</sup> J. Weerts, Forschungsarb. VDI-Heft 323, 1929. — <sup>2)</sup> W. Boas u. E. Schmid, ZS. f. Phys. 61, 767, 1930.

Die Auflösung einer Versetzung vermindert somit  $\tau$  selbst, die Wirkung der Auflösung wird daher als Entfestigung bezeichnet. Das von der Temperatur und Gleitgeschwindigkeit abhängige Gleichgewicht zwischen Verfestigung und Entfestigung bestimmt den Verlauf einer Verfestigungskurve unter gegebenen Versuchsbedingungen (Kochendörfer).

Die Gleichungen werden unter der Versuchsbedingung konstanter Gleitgeschwindigkeit integriert und der Verlauf der Verfestigungskurven bei fester Gleitgeschwindigkeit mit der Temperatur (Temperaturabhängigkeit), sowie bei fester Temperatur mit der Gleitgeschwindigkeit (Geschwindigkeitsabhängigkeit) an den vorhandenen Versuchsergebnissen geprüft. Die Übereinstimmung ist sowohl für die kritische Schubspannung als auch die Verfestigung sehr gut.

Herrn Prof. U. Dehlinger, Stuttgart, danke ich bestens für wertvolle Anregungen.